Б. М. Ивлев
С. М. Саакян
С. И. Шварцбурд

Алгебра һәм анализ башлангычлары

11

Дидактик материаллар

11 Алгебра һәм анализ башлангычларыннан дидактик материаллар

Мөстәкыйль эшләрнең эчтәлегенә туры килүче уку материалының күрсәтмәсе

Уку материалының эчтәлеге	Уку кулланмасының пунктлары	Тиндәшле мөстәкыйль эшләрнең номерлары
Башлангыч функция төшенчәсе	26	МС — 1
Башлангыч функциянең төп үзлеге	27	М — 2
Башлангыч функцияләр табуның 3 үзлеге	28	М — 3
Кәкресызыклы трапеция мәйданы	29	М — 4
Интеграл. Ньютон-Лейбниц формуласы	30	М — 5
Мәйданнарны исәпләгәндә һәм төрле мәсьәләләр чишкәндә интеграл куллану	31	М — 6, М — 7 М — 8, М — 9
n нчы дәрәҗә тамыр һәм аның үзлекләре. Тигезләмәләр һәм тигезсезлекләр чишү	32	М — 10, М — 11
Иррациональ тигезләмәләр, тигезләмәләр системасы	33	М — 12
Рациональ күрсәткечле дәрәҗәләр өстендә гамәлләр	34	М — 13
Күрсәткечле функция, аның үзлекләре, графигы	35	М — 14
Күрсәткечле тигезләмәләр һәм тигезсезлекләр чишү	36	М — 15, М — 16
Санның логарифмы төшенчәсе. Логарифмнар турында теоремалар	37	М — 17
Логарифмик функция, аның үзлекләре һәм графигы	38	М — 18
Логарифмик тигезләмәләр, тигезсезлекләр һәм системалар чишү	39	М — 19, М — 20 М — 21
Кире функция төшенчәсе	40	М — 22
Күрсәткечле функциянең чыгарылмасы һәм башлангыч функциясе	41	М — 23
Логарифмик функция чыгарылмасы	42	М — 24
Дәрәҗәле функция һәм аның чыгарылмасы	43	М — 25
Дифференциаль тигезләмәләр төшенчәсе	44	М — 26

Б. М. Ивлев
С. М. Саакян
С. И. Шварцбурд

АЛГЕБРА ҺӘМ АНАЛИЗ БАШЛАНГЫЧЛАРЫННАН

ДИДАКТИК МАТЕРИАЛЛАР

Татар урта гомуми белем мәктәбенең
11 нче сыйныфы өчен

КАЗАН • «МӘГАРИФ» НӘШРИЯТЫ
МОСКВА • «ПРОСВЕЩЕНИЕ»
2002

УДК 512: 373.167.1
ББК 22.14я721
И17

Ивлев Б. М. и др.
Дидактические материалы по алгебре и началам анализа для 11 класса.— М.: Просвещение, 1997.

Охраняется Законом РФ «Об авторском праве и смежных правах». Воспроизведение всей книги или ее части на любых видах носителей запрещается без письменного разрешения издательства.

Переводное издание учебника выпущено в свет по Лицензионному договору 1/4-80 от 21.12.2000 г. Экземпляры переводного издания подлежат распространению исключительно в Республике Татарстан, а также среди татарской диаспоры на территории других субъектов Российской Федерации.

Ивлев Б. М. һ. б.

И17 Алгебра һәм анализ башлангычларыннан дидактик материаллар: Татар урта гомуми белем мәкт. 11 нче с-фы өчен / Русчадан Ә. М. Зарипова тәрҗ.— Казан: Мәгариф, 2002.— 224 б.: рәс. б-н.
ISBN 5-7761-0555-2

Дидактик материаллар урта мәктәп укучылары өчен өстәмә ярдәмлек сыйфатында тәкъдим ителә. Мөстәкыйль эшләрнең текстлары гамәлдәге «Алгебра һәм анализ башлангычлары, 10—11 нче сыйныфлар» дәреслегенә туры китереп төзелгән.

Б3—5(64)—98—98/99

ISBN 5-7761-0555-2

© Издательство «Просвещение», 1991
© Художественное оформление.
Издательство «Просвещение», 2000
Все права защищены
© Татарчага тәрҗемә,
«Мәгариф» нәшрияты, 2002

КЕРЕШ СҮЗ

Кулланмада XI сыйныф курсы өчен алгебра һәм анализ башлангычлары буенча мөстәкыйль һәм контроль эшләр, гомумиләштереп кабатлау һәм укучыларны алгебра һәм анализ башлангычлары буенча язма эшкә хәзерләү дәресләре өчен материал, урта мәктәп курсы өчен имтихан эшләренең үрнәк вариантлары, программа буенча контроль эш үткәрү өчен материал, математиканы лекция-семинар системасын кулланып укытканда зачетлар өчен карточка-биремнәр бар. Төрле төрдәге язма эшләрнең дидактик максатлары укытучыларга таныш.

Мөстәкыйль эшләр М хәрефе һәм тиешле номер белән тамгаланган. Мәсәлән, М—5— бишенче мөстәкыйль эш дигәнне аңлата. Мөстәкыйль эшләр 8—15 минутка исәпләнгән, аларны дәреснең төрле этапларында үткәреп, нәтиҗәләрен шул ук дәрестә тикшерергә мөмкин. Төп типтагы мәсьәләләрне чишү күнекмәләрен формалаштыруда бу мөһим эш төре булып тора. Мондый эшләрне тикшерү характерында да үткәрергә мөмкин. Бу очракта укучыларның эшләрен укытучы дәрестән соң тикшерә һәм бәяли. Сыйныф журналына барлык билгеләрне куймаска да мөмкин.

Дәреслекнең кайбер пунктларына 2—3 мөстәкыйль эш китерелгән, чөнки әлеге пункт биремнәр системасында типик биремнәрнең әһәмияте зур булган төрле группалардан тора, шул ук вакытта тематик план буенча бу пунктны өйрәнү өчен берничә сәгать бирелә.

Эшләрнең һәркайсын укытучы укучыларга тулысынча тәкъдим итмәскә дә мөмкин.

Мөстәкыйль эшләр 10 вариантта бирелгән. Алдагы икесе, кагыйдә буларак, калганнарыннан җиңелрәк.

Соңгы 2 варианттагы биремнәр катлаулырак, аларны математика белән аеруча кызыксынучы укучыларга тәкъдим итәргә мөмкин. Бу биремнәр укучыларга төп эшне үтәп бетергәннән соң дәреснең калган вакытында яки мәҗбүри булмаган бирем сыйфатында өй эше өчен, яки математика түгәрәге утырышларында бирелергә мөмкин. Эшнең 10 вариантта булуы укытучыга бер китапны, һәр укучыга аерым бирерлек итеп, 10 кечкенә китапка бүләргә мөмкинлек бирә.

Контроль эшләрдә 3 нче һәм 4 нче вариант биремнәре 1 нче һәм 2 нче вариантларның тиңдәшле биремнәреннән чагыштырмача авыррак.

Контроль эшнең төп өлеше 5 баллы система белән бәяләнә. Мәсәлән, 1 нче контроль эшнең 1—4 биремнәре (а, б) дөрес башкарылганда, укучыга «5»ле билгесе куярга мөмкин.

Контроль эшләрнең мәҗбүри булмаган биремнәре математика белән аеруча кызыксынучы укучыларга тәкъдим ителә. Әлеге биремнәр аерым дәфтәр битендә башкарыла һәм бирем тулысынча үтәлгәндә генә укытучыга тапшырыла. Бирем эшләнеп бетмәгән очракта эшне өйдә яки математика түгәрәге утырышларында дәвам итәргә мөмкин.

XI сыйныфта кабатлауның әһәмиятен истә тотып, кулланмада кабатлау өчен 18 мөстәкыйль эш (КМ) бирелгән, аларда урта мәктәп алгебра һәм анализ башлангычлары курсын эченә алган материал тупланган.

Кулланмада шулай ук соңгы берничә ел имтихан эшләренә нигезләнеп төзелгән үрнәк имтихан эшләренең 20 варианты бар. Аларны дәресләрдә тикшерү теориянең тиңдәшле сорауларын кабатлау мөмкинлеген бирә. Аларны өлешчә өйгә язма эш рәвешендә биргәндә, укучылар кыскача теоретик аңлатмалар китерәләр, имтиханга хәзерләнәләр. Бу эш укучыларда мәсьәлә чишү күнекмәләрен һәм

осталыкларын арттыруга һәм математик белем дәрәҗәсен үстерүгә ярдәм итә.

Уку елы дәвамында 4 зачет үткәрү планлаштырыла. Зачет карточкаларына математика белән аеруча кызыксынучылар, математика түгәрәгенә һәм факультатив дәресләргә йөрүчеләр өчен, мәҗбүри программа таләпләреннән тыш, авыррак биремнәр кертелгән. Бу биремнәр йолдызчык белән билгеләнгән. Зачет карточкаларына кертелгән теория сораулары һәм мәсьәлә материалы укучыларга алдан әйтелә. Укучылар тарафыннан башкарылган мондый эш аларның математик белем дәрәҗәсен үстерүгә ярдәм итә.

Кулланма ахырында мөстәкыйль, контроль эш һәм башка төр эш биремнәренең күбесенә җаваплар бирелгән.

Авторлар

МӨСТӘКЫЙЛЬ ЭШЛӘР

Вариант 1

М — 1

1. $(-\infty;\ \infty)$ аралыгында F функциясе f функциясе өчен башлангыч булуын исбатлагыз:

а) $F(x) = x^3 - 2x + 1, \quad f(x) = 3x^2 - 2;$

б) $F(x) = 2\sin 2x - 2, \quad f(x) = 4\cos 2x.$

2. $\boldsymbol{R}$ да бирелгән функция башлангычларының берсен табыгыз:

а) $f(x) = x^5;$ б) $\varphi(x) = -3{,}5.$

М — 2

1. $f(x) = x^2$ функциясе өчен графигы $M(-1;\ 2)$ ноктасы аша үтүче башлангыч функцияне табыгыз.

2. $f(x) = \sin x$ функциясе өчен төрле ике башлангыч функция табыгыз. Аларның берсенең графигын төзегез.

М — 3

f функциясе өчен башлангыч функцияне табыгыз:

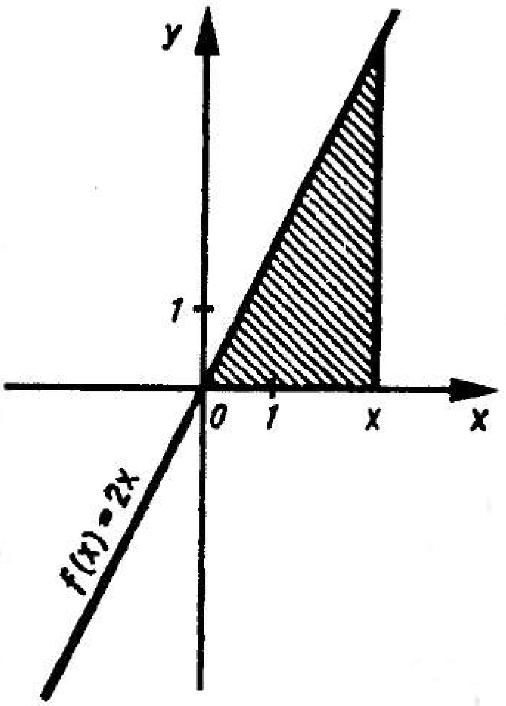
а) $f(x) = 2\sin x + 3\cos x;$

б) $f(x) = \frac{3}{\sqrt{x}} + x^2 \quad (0;\ \infty)$ аралыгында.

M — 4

1. 1 нче рәсемдә штрихланган фигура мәйданы $S(x)$ ны x функциясе рәвешендә формула белән языгыз. Чыгарылмасын исәпләп, $S'(x) = f(x)$ булуын күрсәтегез.

2. $S = F(b) - F(a)$ формуласын кулланып, $y = \sin x$, $y = 0$, $0 \le x \le \frac{2\pi}{3}$ сызыклары белән чикләнгән фигура мәйданын исәпләгез.



Рәс. 1

M — 5

Исәпләгез:

а) $\int_2^5 4\,dx$; б) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x\,dx$.

M — 6

Түбәндәге сызыклар белән чикләнгән фигураның мәйданын табыгыз:

а) $y = x^2$, $x = 1$, $x = 3$, $y = 0$;

б) $y = 2\cos x$, $y = 0$, $-\frac{\pi}{2} \le x \le \frac{\pi}{2}$.

M — 7

Туры буйлап хәрәкәт итүче ноктаның t моментында тизлеге $\vartheta(t) = 10 - 0{,}2t$ тигез. Ноктаның 3 тән 10 секундка кадәр вакыт эчендә үткән юлын табыгыз, биредә тизлек метр секундларда үлчәнә.

М — 8

Түбәндәге сызыклар белән чикләнгән фигураның мәйданын табыгыз.

а) $y = 2x^2$, $y = 2x$;

б) $y = \sin x$, $y = \cos x$, $y = 0$, $0 \le x \le \frac{\pi}{2}$.

М — 9

1. Исәпләгез:

а) $\int_0^1 (x+1)^5 dx$; б) $\int_{\pi}^{2\pi} \cos \frac{x}{6} dx$.

2. $y = 3x + 1$, $x = 1$, $x = 0$, $y = 0$ сызыклары белән чикләнгән кәкресызыклы трапециянең абсцисса күчәре тирәсендә әйләнүеннән төзелгән җисемнең күләмен табыгыз.

М — 10

1. $\sqrt{9 - 4\sqrt{5}} = 2 - \sqrt{5}$ тигезлеге дөресме?
2. Аңлатманың санча кыйммәтен табыгыз:

а) $\sqrt[4]{(-11)^4}$; б) $\sqrt[3]{25 \cdot 135}$.

3. Калькуляторны яки таблицаларны кулланып, тамырның якынча кыйммәтен (0,0001 гә кадәр төгәллектә) табыгыз:

а) $\sqrt{83,7}$; б) $\sqrt[3]{21}$.

4. $\sqrt[6]{80}$ һәм $\sqrt[3]{9}$ саннарын чагыштырыгыз.

М — 11

1. $a < 0$ булганда, $a\sqrt{2}$ аңлатмасында тапкырлаучыны тамыр тамгасы астына кертегез.

2. Тигезләмәне чишегез:

а) $x^3 + 18 = 0$; б) $\left(\sqrt[4]{x}\right)^2 + 4\sqrt[4]{x} - 5 = 0$.

3. Аңлатманы гадиләштерегез:

а) $\sqrt{4 - \sqrt{7}} \cdot \sqrt{4 + \sqrt{7}}$;

б) $a + \sqrt[4]{a^4}$, биредә $a > 0$.

М — 12

1. $\sqrt{5 + \sqrt{x - 1}} = 3$ тигезләмәсен чишегез.

2. $\begin{cases} \sqrt[3]{x} - \sqrt[3]{y} = 1, \\ \sqrt[3]{x} + \sqrt[3]{y} = 3 \end{cases}$ тигезләмәләр системасын чишегез.

М — 13

1. Аңлатманың санча кыйммәтен табыгыз:

а) $8^{\frac{5}{3}}$; б) $\left(\sqrt[3]{9}\right)^{\frac{3}{2}}$;

в) $\left(9 + \sqrt{73}\right)^{\frac{1}{3}} \cdot \left(9 - \sqrt{73}\right)^{\frac{1}{3}}$.

2. Саннарның кайсы зуррак: $2^{\frac{6}{13}}$ мы яки $2^{\frac{3}{7}}$ ме?

3. $\dfrac{u+8}{u^{\frac{2}{3}} - 2\sqrt[3]{u} + 4}$ аңлатмасын гадиләштерегез.

М — 14

1. $y = \left(\frac{1}{3}\right)^x$ функциясе графигын схематик рәвештә сурәтләгез.

2. Исәпләгез:

а) $2^{(\sqrt{2}+1)^2} : 2^{2\sqrt{2}}$; б) $\left(\left(\sqrt{6}\right)^{\sqrt{2}}\right)^{\sqrt{2}}$.

3. $f(x) = 3^x - 2$ функциясенең билгеләнү өлкәсен табыгыз.

М — 15

1. Тигезләмәне чишегез:

а) $3^{x-4} = 7$; б) $2^{7-3x} = \left(\frac{1}{2}\right)^{x-4}$.

2. Тигезсезлекне чишегез:

а) $5^{4x-7} > 1$; б) $0{,}7^x < 2\frac{2}{49}$.

М — 16

1. Тигезләмәне чишегез:

а) $2^{x+2} + 2^x = 5$; б) $9^x - 6 \cdot 3^x - 27 = 0$.

2. $\left(\frac{1}{4}\right)^x - 3\left(\frac{1}{2}\right)^x + 2 > 0$ тигезсезлеген чишегез

М — 17

1. 10 нигезе буенча $7a^3\sqrt[3]{b^2}$ аңлатмасын логарифмлагыз.

2. Таблицаларсыз һәм калькуляторсыз исәпләгез:

а) $\log_{36} 84 - \log_{36} 14$; б) $\frac{\lg 27 + \lg 12}{\lg 2 + 2\lg 3}$.

3. Таблицалар яки калькулятор ярдәмендә $\log_{1,3} 2{,}6$ ны табыгыз (0,0001 гә кадәр төгәллектә).

М — 18

1. $\log_2 3$ һәм $\log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{5}$ саннарын чагыштырыгыз.

2. $y = \log_{\frac{1}{3}}(3x + 4)$ функциясенең билгеләнү өлкәсен табыгыз.

3. Схематик рәвештә $y = 2\lg x$ функциясенең графигын сурәтләгез.

М — 19

1. Тигезләмәне чишегез:

а) $\log_2\left(x^2 - 3x + 10\right) = 3$; б) $\log_3(3x - 5) = \log_3(x - 3)$.

2. Тигезсезлекне чишегез:

а) $\log_5(2x + 3) > \log_5(x - 1)$; б) $\log_{\frac{1}{3}}(2x - 5) < -2$.

М — 20

1. Тигезләмәне чишегез:

а) $\log_3^2 x - \log_3 x = 2$; б) $\frac{2}{\lg x - 3} + \frac{4}{\lg x + 1} = 1$.

2. Тигезсезлекне чишегез:

а) $\lg^2 x + 3\lg x < 4$; б) $4^{x-1} > 7$.

М — 21

Тигезләмәләр системасын чишегез:

а) $\begin{cases} x + y = 8, \\ \log_{12} x + \log_{12} y = 1; \end{cases}$ б) $\begin{cases} \left(\frac{1}{2}\right)^x + 3^y = 7, \\ \left(\frac{1}{2}\right)^{2x} + 3^{2y} = 25. \end{cases}$

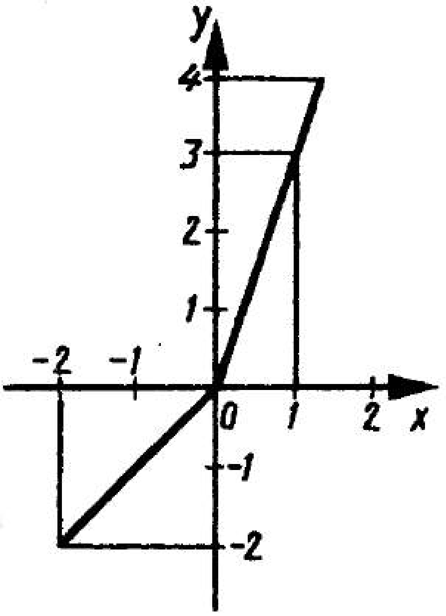
М — 22

1. Бирелгән f функциясенә кире g функциясе формуласын чыгарыгыз. g функциясенең билгеләнү һәм кыйммәтләре өлкәләрен табыгыз.

а) $f(x)=4-3x$;

б) $f(x)=\sqrt{1-x^2}$, $x\geq 0$.

2. f функциясенең бирелгән графигы буенча аңа кире булган g функциясенең — 1; 2; 3 нокталарындагы кыйммәтләрен табыгыз (2 нче рәсем). g функциясенең графигын төзегез, аның билгеләнү һәм кыйммәтләре өлкәләрен табыгыз.



Рәс. 2

М — 23

1. Функциянең чыгарылмасын табыгыз:

а) $f(x)=e^{-5x}$; б) $f(x)=x\cdot 2^x$.

2. $f(x)=e^{-x}$ функциясе графигына $x_0=1$ ноктасындагы орынма тигезләмәсен языгыз.

3. $f(x)=x\cdot e^{2x}$ функциясенең үсү һәм кимү аралыкларын табыгыз.

4. $\int_1^3 e^x dx$ ны исәпләгез.

М — 24

1. Функция чыгарылмасын табыгыз:

а) $f(x) = \ln(2x+1)$; б) $f(x) = \log_3(2x^2 - 3x + 1)$.

2. $y = 0$, $y = \frac{1}{x}$, $x = 1$, $x = 3$ сызыклары белән чикләнгән фигура мәйданын табыгыз.

3. $f(x) = x^2 \ln x$ функциясенең максимумнарын һәм минимумнарын табыгыз.

М — 25

1. $f(x) = x^{\sqrt{3}} - x^{-\sqrt{3}}$ функциясенең чыгарылмасын табыгыз.

2. $\sqrt[3]{125{,}15}$ аңлатмасының якынча кыйммәтен табыгыз.

3. $\int_0^1 x^{\sqrt{3}} dx$ ны исәпләгез.

М — 26

1. $y = 3e^{-2x}$ функциясенең $y' = -2y$ дифференциаль тигезләмәсен канәгатьләндерүен исбатлагыз.

2. $f'(x) = 3\ f(x)$ дифференциаль тигезләмәсенең $f(0) = 3$ булырлык чишелешен табыгыз.

3. $x(t) = 3\cos\left(2t - \frac{\pi}{4}\right)$ гармоник тирбәнешнең дифференциаль тигезләмәсен языгыз.

М – 1

1. $(-\infty, \infty)$ аралыгында F функциясе f функциясе өчен башлангыч булуын исбатлагыз.

а) $F(x) = x^4 - 3x^2 + 7$, $f(x) = 4x^3 - 6x$;

б) $F(x) = \cos(2x - 4) + 1$, $f(x) = -2\sin(2x - 4)$.

2. R да бирелгән функция башлангычларының берсен табыгыз.

а) $f(x) = -x^4$; б) $f(x) = 6{,}4$.

М – 2

1. $f(x) = x^3$ функциясе өчен графигы $M(1; -1)$ ноктасы аша үтүче башлангыч функцияне табыгыз.

2. $f(x) = \cos x$ функциясе өчен төрле ике башлангыч функция табыгыз. Аларның берсенең графигын төзегез.

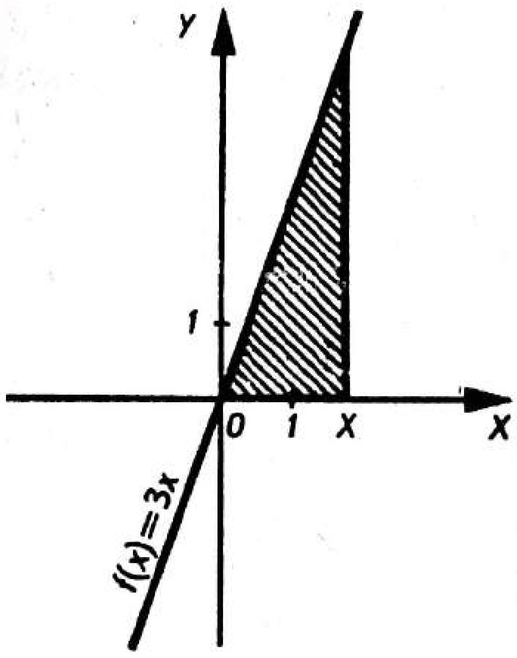
М – 3

Функция өчен башлангыч функцияне табыгыз:

а) $f(x) = 3\sin x - 2\cos x$;

б) $g(x) = \frac{4}{\sqrt{x}} - x$, $(0; \infty)$ аралыгында.

М — 4



Рәс. 3

1. 3 нче рәсемдә штрихланган трапеция мәйданы $S'(x)$ ны x ның функциясе итеп, формула языгыз. Чыгарылмасын исәпләп, $S(x) = f(x)$ булуын күрсәтегез.

2. $S = F(b) - F(a)$ формуласын кулланып, $y = \cos x$, $y = 0$, $-\frac{\pi}{6} \leq x \leq \frac{\pi}{2}$ сызыклары белән чикләнгән фигура мәйданын исәпләгез.

М — 5

Исәпләгез:

а) $\int_1^3 2dx$; б) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos x \, dx$.

М — 6

а) $y = x^3$, $x = 1$, $x = 3$, $y = 0$;

б) $y = 2\cos x$, $y = 0$, $0 \leq x \leq \pi$ сызыклары белән чикләнгән фигура мәйданын исәпләгез.

М — 7

Туры сызык буйлап хәрәкәт итүче ноктаның t моментында тизлеге $\vartheta(t) = 3 + 0{,}2t$ га тигез. Ноктаның 1 дән 7 секундка кадәр үткән юлын табыгыз, тизлек метр секундларда үлчәнә.

М — 8

Түбәндәге сызыклар белән чикләнгән фигураның мәйданын исәпләгез:

а) $y = 0{,}5x^2$, $y = x$;

б) $y = \sin x$, $y = \cos x$, $x = 0$, $0 \le x \le \frac{\pi}{4}$.

М — 9

1. Исәпләгез:

а) $\int\limits_2^3 (1 - x)^4 dx$; б) $\int\limits_{\frac{\pi}{3}}^{\pi} \sin\left(\frac{x}{2} - \frac{\pi}{6}\right) dx$.

2. $y = 2x + 1$, $x = 0$, $x = 2$, $y = 0$ сызыклары белән чикләнгән кәкресызыклы трапециянең абсциссалар күчәре тирәсендә әйләнүдән барлыкка килгән җисемнең күләмен табыгыз.

М — 10

1. $\sqrt{20 - 6\sqrt{11}} = \sqrt{11} - 3$ тигезлеге дөресме?
2. Санлы аңлатманың кыйммәтен табыгыз.

а) $\sqrt[6]{(-7)^6}$; б) $\sqrt[3]{9 \cdot 375}$.

3. Калькуляторны яки таблицаларны кулланып, тамырның якынча кыйммәтен (0,0001 гә кадәр төгәллектә) табыгыз:

а) $\sqrt{29{,}4}$; б) $\sqrt[3]{33}$.

4. $\sqrt[5]{7}$ һәм $\sqrt[10]{47}$ саннарын чагыштырыгыз.

М — 11

1. $b\sqrt{5}$ аңлатмасында, $b < 0$ булганда, тапкырлаучыны тамыр тамгасы астына кертегез.
2. Тигезләмәне чишегез:

а) $x^3 + 24 = 0$; б) $\left(\sqrt[6]{x}\right)^2 - 3\sqrt[6]{x} = 4$.

3. Аңлатманы гадиләштерегез:

а) $\sqrt{\sqrt{65} - 7} \cdot \sqrt{\sqrt{65} + 7}$; б) $\sqrt[6]{a^6} - a$, биредә $a < 0$.

М — 12

1. $\sqrt{7-\sqrt{x+1}}=2$ тигезләмәсен чишегез.

2. $\begin{cases}\sqrt[3]{x}-\sqrt[3]{y}=3, \\ \sqrt[3]{x}+\sqrt[3]{y}=5\end{cases}$ тигезләмәләр системасын чишегез.

М — 13

1. Санлы аңлатманың кыйммәтен табыгыз:

а) $27^{-\frac{2}{3}}$; б) $\left(\sqrt[3]{16}\right)^{\frac{9}{2}}$;

в) $\sqrt[3]{12-\sqrt{80}}\cdot\left(12+80^{0,5}\right)^{\frac{1}{3}}$.

2. $3^{\frac{5}{8}}$ һәм $3^{\frac{8}{13}}$ саннарының кайсы зуррак?

3. $\dfrac{8v+1}{4v^{\frac{2}{3}}-2\sqrt[3]{v}+1}$ аңлатмасын гадиләштерегез.

М — 14

1. $y=2^x$ функциясе графигын схематик рәвештә сурәтләгез.
2. Исәпләгез:

а) $3^{(\sqrt{3}-1)^2}:\left(\frac{1}{3}\right)^{2\sqrt{3}}$; б) $\left(\left(\sqrt{2}\right)^{\sqrt{6}}\right)^{\sqrt{6}}$

3. $f(x)=1-\left(\frac{1}{2}\right)^x$ функциясенең кыйммәтләре өлкәсен табыгыз.

М — 15

1. Тигезләмәне чишегез:

а) $0{,}8^{2x-3}=1$; б) $\left(\frac{2}{9}\right)^{2x+3}=4{,}5^{x-2}$.

2. Тигезсезлекне чишегез:

а) $2^{2x-9}<1$; б) $0{,}9^x\geq 1\frac{19}{81}$.

M — 16

1. Тигезләмәне чишегез:

а) $3^{x+2} + 3^{x} = 30$; б) $4^{x} - 14 \cdot 2^{x} - 32 = 0$.

2. $\left(\frac{1}{3}\right)^{2x} - 6 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{x} - 27 \le 0$ тигезсезлеген чишегез:

M — 17

1. 2 нигезе буенча $16a^6 \sqrt[5]{b^3}$ аңлатмасын логарифмлагыз.

2. Таблицаларсыз һәм калькуляторсыз исәпләгез:

а) $\log_{49} 84 - \log_{49} 12$; б) $\frac{\lg 81 + \lg 64}{2\lg 3 + 3\lg 2}$.

3. Таблицалар яки калькулятор ярдәмендә $\log_{1,4} 2,8$ нең кыйммәтен (0,0001 гә кадәр төгәллектә) табыгыз.

M — 18

1. $\log_3 5$ һәм $\log_{\frac{1}{3}} \frac{1}{4}$ саннарын чагыштырыгыз.

2. $y = \log_5 (2x - 1)$ функциясенең билгеләнү өлкәсен табыгыз.

3. $y = \lg(-x)$ функциясе графигын схематик рәвештә сурәтләгез.

M — 19

1. Тигезләмәне чишегез:

а) $\log_{\frac{1}{2}}\left(x^2 - 4x - 1\right) = -2$;

б) $\log_7 (4x - 6) = \log_7 (2x - 4)$.

2. Тигезсезлекне чишегез:

а) $\log_3 (1 - x) > \log_3 (3 - 2x)$; б) $\log_{\frac{1}{2}} (2x + 5) > -3$.

М — 20

1. Тигезләмәне чишегез:

а) $\log_{\frac{1}{2}}^2 x - \log_{\frac{1}{2}} x = 6$;   б) $\frac{1}{3-\lg x} + \frac{2}{\lg x - 1} = 3$.

2. Тигезсезлекне чишегез:

а) $\lg^2 x + 5\lg x + 9 > 0$;   б) $\left(3^x - 1\right)\left(3^x - 2\right) \le 0$.

М — 21

Тигезләмәләр системасын чишегез:

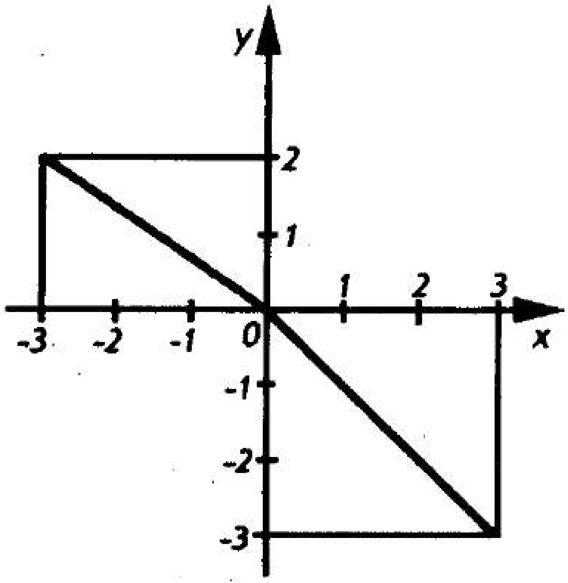
а) $\begin{cases} x + y = 6, \\ \log_2 x + \log_2 y = 3; \end{cases}$ б) $\begin{cases} 2^x + \left(\frac{1}{3}\right)^y = 5, \\ 2^{2x} + \left(\frac{1}{3}\right)^{2y} = 13. \end{cases}$

М — 22

1. Бирелгән f функциясенә кире g функциясе формуласын чыгарыгыз. g функциясенең билгеләнү һәм кыйммәтләре өлкәләрен табыгыз.

а) $f(x) = 3 - 4x$;

б) $f(x) = \sqrt{x^2 - 4}$, $x \ge 2$.



Рәс. 4

2. f функциясенең графигы буенча аңа кире g функциясенең — 1; 1 нокталарында (4 нче рәсем) кыйммәтләрен табыгыз. g функциясенең графигын төзегез, аның билгеләнү һәм кыйммәтләре өлкәләрен табыгыз.

М — 23

1. Функция чыгарылмасын табыгыз:

а) $f(x)=e^{-0,3x}$; б) $f(x)=x\cdot 3^{x}$.

2. Әгәр $f(x)=e^{x}$, $x_0=-1$ булса, f функциясе графигына абсциссасы x_0 ноктасындагы орынма тигезләмәсен языгыз.

3. $f(x)=x\cdot e^{-3x}$ функциясенең үсү һәм кимү аралыкларын табыгыз.

4. Исәпләгез: $\int\limits_2^4 e^{-x}dx$.

М — 24

1. Функция чыгарылмасын табыгыз:

а) $f(x)=\ln(3x-4)$; б) $f(x)=\log_{\frac{1}{2}}\left(3x^2-2x+5\right)$.

2. $y=0$, $y=\frac{1}{x}$, $x=2$, $x=4$ сызыклары белән чикләнгән фигураның мәйданын табыгыз.

3. $f(x)=x^3\ln x$ функциясенең максимумнарын һәм минимумнарын табыгыз.

М — 25

1. $f(x)=x^{\sqrt{2}}+x^{-\sqrt{2}}$ функциясенең чыгарылмасын табыгыз.

2. $\sqrt[4]{16,08}$ нең якынча кыйммәтен исәпләгез.

3. $\int\limits_0^1 x^{\sqrt{5}}dx$ ны исәпләгез.

М — 26

1. $y = 5e^{-3x}$ функциясенен $y' = -3y$ дифференциаль тигезләмәсен канәгатьләндерүен исбатлагыз.

2. $f(0) = 5$ булырлык итеп, $f'(x) = 4f(x)$ дифференциаль тигезләмәсенең чишелешен табыгыз.

3. $x(t) = 0{,}7\cos\left(0{,}5t + \frac{\pi}{8}\right)$ гармоник тирбәнешнең дифференциаль тигезләмәсен языгыз.

Вариант 3

М – 1

1. Күрсәтелгән аралыкта *f* функциясе өчен *F* функциясе башлангыч функция булуын исбатлагыз:

а) $F(x) = \frac{3}{x^2} + 1, \quad f(x) = -\frac{6}{x^3}, \quad x \in (-\infty;\ 0);$

б) $F(x) = 6x^{-1,5} \cdot \sqrt{x}, \quad f(x) = -\frac{6}{x^2}, \quad x \in (0;\ \infty).$

2. Бирелгән аралыкта *F* функциясе *f* функциясе өчен башлангыч функция була аламы:

а) $F(x) = 2x + \operatorname{tg} x, \quad f(x) = 2 + \frac{1}{\cos^2 x}, \quad x \in \left(-\frac{\pi}{2};\ \frac{\pi}{2}\right);$

б) $F(x) = \frac{10}{x}, \quad f(x) = -\frac{10}{x^2}, \quad x \in (-3;\ 3)$?

М – 2

1. $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x}}$ функциясе өчен төрле ике башлангыч функция табыгыз.

2. $f(x) = \sin x$ функциясе өчен графигы $A\left(\frac{\pi}{2},\ -1\right)$ ноктасы аша үтүче $F(x)$ башлангыч функциясен табыгыз. $F(x)$ функциясенең графигын сызыгыз.

М – 3

1. $f(x) = 2x - 2$ функциясе өчен графигы $A\ (2;\ 1)$ ноктасы аша үтүче $F(x)$ башлангыч функциясен табыгыз. $F(x)$ функциясенең графигын сызыгыз.

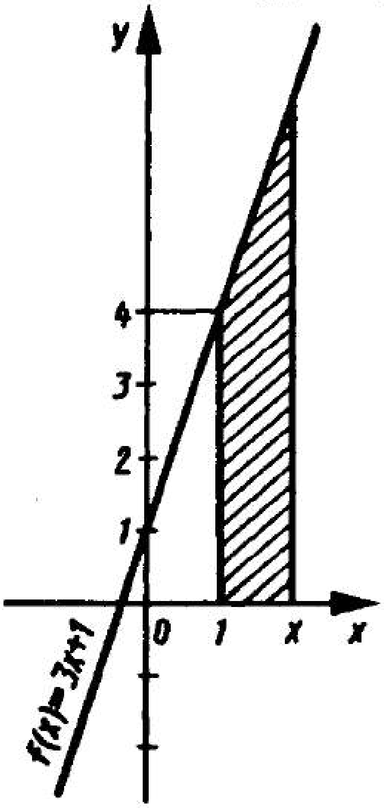
2. $f(x) = \left(\sqrt{2x+1}\right)^{-1} - \sin\frac{x}{4}$ функциясе өчен $(-0,5;\ \infty)$ аралыгында башлангыч функцияләрнең гомуми күренешен табыгыз.

М — 4

1. 5 нче рәсемдә штрихланган трапеция мәйданы $S(x)$ ны x нын функциясе рәвешендә формула белән языгыз.

Чыгарылманы исәпләп, $S'(x) = f(x)$ булуын күрсәтегез.

2. $S = F(b) - F(a)$ формуласын кулланып, $y = 2\cos x$, $y = 0$, $\frac{\pi}{2} \le x \le \frac{3\pi}{2}$ сызыклары белән чикләнгән фигура мәйданын исәпләгез.



Рәс. 5

М — 5

Исәпләгез:

а) $\int\limits_1^4 \frac{5\sqrt{x}}{x} dx$; б) $\int\limits_1^4 \left(x^2 - 6x + 9\right) dx$; в) $\int\limits_{-\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{6}} \frac{6}{\cos^2 2x} dx$.

М — 6

а) $y = x^2$, $y = -x^2 + 2$;

б) $y = \begin{cases} 2\cos x, & \text{биредә } -\frac{\pi}{2} \le x \le 0, \\ -x + 2, & \text{биредә } 0 < x \le 2 \end{cases}$ һәм $y = 0$

сызыклары белән чикләнгән фигура мәйданын исәпләгез.

М — 7

1. $y = x$, $y = 0$, $x = 1$, $x = 2$ сызыклары белән чикләнгән трапецияне сызыгыз.

а) Бу трапециянең мәйданын геометрия курсыннан билгеле формула буенча исәпләгез.

б) [1; 2] кисемтәсен 10 тигез кисәккә бүлеп һәм турыпочмаклыклардан торган камаулы баскычлы фигура төзеп, әлеге трапециянең якынча мәйданын исәпләгез. Барлыкка килгән кыйммәтнең абсолют хатасын табыгыз.

в) [1; 2] кисемтәсен n тигез кисәккә бүлеп, камаулы баскычлы фигураның мәйданы S_n ны исәпләү формауласын чыгарыгыз. $\lim\limits_{n\to\infty} S_n$ ны табыгыз.

М — 8

Түбәндәге сызыклар белән чикләнгән фигураның мәйданын исәпләгез:

а) $y = 3\sin x$, $y = -2\sin x$, $0 \le x \le \frac{2\pi}{3}$;

б) $y = -x^2 + 2$, $y = -x$.

М — 9

1. Исәпләгез:

а) $\int\limits_{-1}^{0} (1 - 2x)^4 \mathrm{d}x$; б) $\int\limits_{0}^{\pi} \frac{3}{\cos^2\left(\frac{x}{2} - \frac{\pi}{3}\right)} \mathrm{d}x$.

2. $y = \sqrt{x}$, $y = 1$, $x = 2$ сызыклары белән чикләнгән фигураның абсцисса күчәре тирәсендә әйләнүеннән төзелгән җисемнең күләмен табыгыз.

М — 10

1. Аңлатманы гадиләштерегез:

а) $\sqrt[4]{\left(2-\sqrt{7}\right)^4}-\sqrt{7}$; б) $\sqrt[4]{a^4}+\sqrt[3]{a^3}$, биредә $a<0$.

2. Тигезләмәне чишегез:

а) $x^4-1=0$; б) $125x^3+1=0$.

М — 11

1. $\sqrt[5]{10+2\sqrt{17}}\cdot\sqrt[5]{10-2\sqrt{17}}$ аңлатмасын гадиләштерегез.

2. $\frac{3-\sqrt{3}}{3+\sqrt{3}}$ аңлатмасын ваклаучысында тамыр тамгасы булмаган вакланма рәвешендә күрсәтегез.

3. $x^4>16$ тигезсезлеген чишегез.

М — 12

1. $\sqrt{2x^2-3x+2}=4-x$ тигезләмәсен чишегез.
2. Тигезләмәләр системасын чишегез:

$$\begin{cases}\sqrt{x}+\sqrt{y}=5,\\ x+y+4\sqrt{xy}=37.\end{cases}$$

М — 13

1. $\sqrt[3]{\sqrt{27}}$ һәм $\sqrt[4]{4}$ саннарының кайсы зуррак?

2. $81^{\frac{3}{4}}+(0{,}25)^{-2}$ аңлатмасының кыйммәтен табыгыз.
3. Аңлатманы гадиләштерегез:

$$\left(\frac{x^2+y^2}{xy^{\frac{1}{2}}+x^{\frac{1}{2}}}-\frac{x+y}{y^{\frac{1}{2}}+x^{\frac{1}{2}}}\right)xy^{-1}.$$

М — 14

а) $y = 2^x - 1$ функциясенең графигын төзегез; функциянең кыйммәтләр өлкәсен әйтегез; рәсемдә графикның $-\frac{1}{2} < y < 3$ булган өлешен аерыгыз һәм x ның тиңдәшле кыйммәтләрен табыгыз.

б) $y = \left|2^x - 1\right|$ функциясенең графигын төзегез һәм $[-2; 4]$ кисемтәсендә бу функциянең иң зур һәм иң кечкенә кыйммәтләрен язып алыгыз.

М — 15

1. Тигезләмәне чишегез:

а) $9^{-x} = 27$; б) $\frac{1}{8}\sqrt{2^{x-1}} = 4^{-1,25}$.

2. Тигезсезлекне чишегез:

а) $\left(\cos\frac{\pi}{3}\right)^{x-0,5} > \sqrt{2}$; б) $4^{0,5x^2-3} > 8$.

М — 16

1. $9^{|x+1|} > 3$ тигезсезлеген чишегез.
2. Тигезләмәне чишегез:

а) $5^{x+1} - 3\cdot 5^{x-2} = 122$; б) $9^x - 2\cdot 3^x = 63$.

М — 17

1. Таблицаларсыз һәм калькуляторсыз исәпләгез:

$$2\lg 5 + \frac{1}{2}\lg 16.$$

2. Әгәр $\log_5 x = 2\log_5 3 + \frac{1}{2}\log_5 49 - \frac{1}{3}\log_5 27$ булса, x ны табыгыз.

3. $x = \frac{\sqrt{10a\sqrt[3]{10}}}{10a}$, $a > 0$ аңлатмасын 10 нигезе буенча логарифмлагыз.

М — 18

а) $y = \log_2 x - 1$ функциясенең графигын сызыгыз; рәсемдә графикның $-2 < y < 2$ булган өлешен аерып алыгыз һәм x ның тиндәшле кыйммәтләрен табыгыз.

б) $y = |\log_2 x - 1|$ функциясе графигын төзегез һәм $[0,5;\ 8]$ кисемтәсендә бу функциянең иң зур һәм иң кечкенә кыйммәтләрен язып алыгыз.

М — 19

1. Тигезләмәне чишегез:

а) $\log_4 \frac{1}{x^2} + \log_4 \sqrt{x} = -3$; б) $\lg 10x \cdot \lg 0{,}1x = 3$.

2. Тигезсезлекне чишегез:

а) $\lg 2x < \lg(x + 1)$; б) $\log_2(1 - x) < 1$.

М — 20

1. Тигезләмәне чишегез:

$$\log_{0,5}(2x - 3) - \frac{1}{2}\log_{0,5}(2x + 3) = 0.$$

2. Тигезсезлекне чишегез:

а) $\log^2_{0,1} x \ge 1$; б) $(\log_3 x - 2)\sqrt{x^2 - 4} \le 0$.

М — 21

Тигезләмәләр системасын чишегез:

а) $\begin{cases} \log_3 x - \log_3 y = 1, \\ x - 2y = 9; \end{cases}$ б) $\begin{cases} \log_3(y - x) = 1, \\ 3^{x+1} \cdot 2^y = 24. \end{cases}$

М — 22

Бирелгән функция өчен киресен табыгыз һәм бирелгән һәм аңа кире функцияләрнең графикларын бер үк координаталар системасында төзегез:

а) $y = -\frac{1}{3}x + 2$;   б) $y = x^2 - 1$, биредә $x \ge 0$.

М — 23

1. $f(x) = e^{-2x}\cos 3x$ функциясе бирелгән. $f'(x)$, $f'(0)$ ны табыгыз.

2. $\int\limits_{-1}^{3} 3^x dx$ ны исәпләгез.

3. $y = e^x$, $y = 1$, $x = 2$ сызыклары белән чикләнгән фигураның мәйданын табыгыз.

М — 24

1. $f(x) = 10\ln\frac{1}{5}x$ функциясе бирелгән. $f'(x)$, $f'\left(\frac{5}{3}\right)$ ны табыгыз.

2. $\varphi(x) = \ln x - x$ функциясенең үсү һәм кимү аралыкларын табыгыз.

3. $y = \frac{4}{x}$, $x = 1$, $y = 1$ сызыклары белән чикләнгән фигураның мәйданын (0,01 гә кадәр төгәллектә) табыгыз.

М — 25

1. $y = x^{\frac{1}{3}}$, $y = 0$, $x = 1$, $x = 8$ сызыклары белән чикләнгән фигураның мәйданын табыгыз.

2. $f(x) = x^{-2}$ функциясе графигына абсциссасы $x_0 = -1$ ноктасында орынма тигезләмәсен языгыз. Мәсьәләгә рәсем ясагыз.

1. $y = 3e^{-4x}$ функциясенең $y' = -4y$ тигезләмәсен канәгатьләндерүен исбатлагыз.

2. $y' = -2y$ дифференциаль тигезләмәсе чишелешенең гомуми күренешен языгыз. Бу тигезләмәнең $y(0) = e$ шартын канәгатьләндерүче чишелешен табыгыз.

М – 1

1. Бирелгән аралыкта F функциясе f функциясе өчен башлангыч функция булуын исбатлагыз.

а) $F(x)=\frac{6}{x^2}-3,\quad f(x)=-\frac{12}{x^3},\quad x\in(-\infty;\ 0);$

б) $F(x)=4x^{-1,5}\cdot\sqrt{x^{-1}},\ f(x)=-\frac{8}{x^3},\ x\in(0;\ \infty).$

2. Бирелгән аралыкта F функциясе f функциясе өчен башлангыч функция була аламы:

а) $F(x)=3x-\operatorname{ctg}x,\quad f(x)=3+\frac{1}{\sin^2 x},\quad x\in(0;\ \pi);$

б) $F(x)=\frac{15}{x},\quad f(x)=-\frac{15}{x^2},\quad x\in(-4;\ 4)?$

М – 2

1. $f(x)=x^{-3}$ функциясе өчен төрле ике башлангыч функция табыгыз.

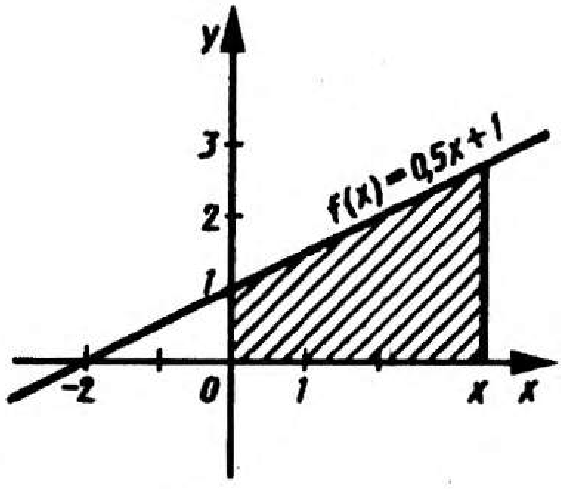
2. $f(x)=\cos x$ функциясе өчен графигы $A(\pi;\ 1)$ ноктасы аша үтүче башлангыч функциясен табыгыз. Бу графикны сызыгыз.

М – 3

1. $f(x)=2x+4$ функциясе өчен графигы $B(-1;\ 1)$ ноктасы аша үтүче башлангыч функцияне табыгыз. $F(x)$ функциясенең графигын сызыгыз.

2. $f(x)=\frac{1}{\sqrt{3x-1}}+\cos\frac{x}{2}$ функциясе өчен $\left(\frac{1}{3};\ \infty\right)$ аралыгында башлангыч функцияләрнең гомуми күренешен табыгыз.

M — 4



Рәс. 6

1. 6 нчы рәсемдә штрихланган трапеция мәйданы $S(x)$ ны xның функциясе буларак формула рәвешендә языгыз. Чыгарылманы исәпләп, $S'(x) = f(x)$ икәнен күрсәтегез.

2. $S = F(b) - F(a)$ формуласын кулланып, $y = 2\sin x$, $y = 0$, $\pi \le x \le 2\pi$ сызыклары белән чикләнгән фигура мәйданын исәпләгез.

M — 5

Исәпләгез:

а) $\int\limits_1^9 \frac{4x}{x^{1,5}}\,dx$; б) $\int\limits_{-5}^1 \left(x^2 + 8x + 16\right)dx$; в) $\int\limits_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{4}} \frac{8}{\sin^2 2x}\,dx$.

M — 6

Түбәндәге сызыклар белән чикләнгән фигураның мәйданын исәпләгез.

а) $y = 2x^2$ һәм $y = -2x^2 + 4$;

б) $y = \begin{cases} x + 2, & \text{биредә } -2 \le x \le 0, \\ 2\cos x, & \text{биредә } 0 \le x \le \frac{\pi}{2} \end{cases}$ һәм $y = 0$.

M — 7

$y = 0{,}5x$, $y = 0$, $x = 1$, $x = 2$ сызыклары белән чикләнгән трапеция төзегез.

а) Геометрия курсыннан таныш формула буенча бу трапеция мәйданын исәпләгез.

б) Бу трапецияне $[1;\ 2]$ кисемтәсен 10 тигез кисәккә бүлеп һәм турыпочмаклыклардан торган камаулы баскычлы фигура төзеп, әлеге трапециянең якынча мәйданын исәпләгез. Барлыкка килгән кыйммәтнең абсолют хатасын табыгыз.

в) $[1;\ 2]$ кисемтәсен n тигез кисәккә бүлеп, камаулы баскычлы фигураның мәйданы S_n ны исәпләү формуласын чыгарыгыз. $\lim\limits_{n \to \infty} S_n$ ны табыгыз.

М — 8

Түбәндәге сызыклар белән чикләнгән фигураның мәйданын исәпләгез.

а) $y = \cos x$, $y = -2\cos x$, $-\frac{\pi}{6} \le x \le \frac{\pi}{2}$;

б) $y = -x^2 + 3$, $y = 2x$.

М — 9

1. Исәпләгез:

а) $\int\limits_0^1 (3 - 4x)^4 \, dx$; б) $\int\limits_{\pi}^{\frac{3\pi}{2}} \frac{4}{\sin^2\left(\frac{x}{2} - \frac{\pi}{4}\right)} \, dx$.

2. $y = x^2 + 1$, $y = 1$, $x = 1$ сызыклары белән чикләнгән фигураны абсциссалар күчәре тирәсендә әйләндерүдән барлыкка килгән җисемнең күләмен табыгыз.

М — 10

1. Аңлатманы гадиләштерегез:

а) $\sqrt[6]{\left(3 - \sqrt{10}\right)^6} + \sqrt{10}$; б) $\sqrt[5]{a^5} - \sqrt[6]{a^6}$, биредә $a < 0$.

2. Тигезләмәне чишегез:

а) $x^6 - 1 = 0$; б) $27x^3 - 1 = 0$.

М — 11

1. $\sqrt[3]{12 + 4\sqrt{5}} \cdot \sqrt[3]{12 - 4\sqrt{5}}$ аңлатмасын гадиләштерегез.

2. $\frac{5+\sqrt{5}}{5-\sqrt{5}}$ аңлатмасын ваклаучысында тамыр тамгасы булмаган вакланма рәвешендә күрсәтегез.

3. $x^6 < 1$ тигезсезлеген чишегез.

М — 12

1. $\sqrt{3x^2+6x+1}=7-x$ тигезләмәсен чишегез.

2. $\begin{cases} \sqrt{x}+\sqrt{y}=4, \\ x+y-3\sqrt{xy}=1 \end{cases}$ тигезләмәләр системасын чишегез.

М — 13

1. $\sqrt[5]{\sqrt{32}}$ һәм $\sqrt[6]{8}$ саннарының кайсы зуррак?

2. $3\cdot 0{,}0081^{-0,25}+\left(\frac{1}{16}\right)^{-0,75}$ аңлатмасының кыйммәтен табыгыз.

3. $\left(\frac{a^2-b^2}{a^{\frac{3}{2}}+ab^{\frac{1}{2}}}-\frac{a-b}{a^{\frac{1}{2}}+b^{\frac{1}{2}}}\right):\left(\frac{a}{b}\right)^{-1}$ аңлатмасын гадиләштерегез.

М — 14

а) $y=3^x-1$ функциясе графигын төзегез; функциянең кыйммәтләре өлкәсен әйтегез; рәсемдә графиктан $-\frac{2}{3}<y<2$ булган өлешен аерып алыгыз һәм x ның тиндәшле кыйммәтләрен табыгыз.

б) $y=\left|3^x-1\right|$ функциясенең графигын төзегез һәм [—2; 2] кисемтәсендә бу функциянең иң зур һәм иң кечкенә кыйммәтләрен язып алыгыз.

М — 15

1. Тигезләмәне чишегез:

а) $8^{-x}=16$; б) $10^{2x}=0{,}1\cdot\sqrt{1000}$.

2. Тигезсезлекне чишегез:

а) $\left(\operatorname{tg}\frac{\pi}{3}\right)^{x-1}<9^{-0,5}$; б) $9^{0,5x^2-3}<27$.

M — 16

1. $4^{|x-1|} < 8$ тигезсезлеген чишегез.

2. Тигезләмәне чишегез:

а) $3^{x+1} - 4 \cdot 3^{x-2} = 69$; б) $4^x - 3 \cdot 2^x = 40$.

M — 17

1. Таблицаларсыз һәм калькуляторсыз исәпләгез:

$$3\lg 5 + \frac{1}{2}\lg 64.$$

2. Әгәр $\log_7 x = 2\ \log_7 5 + \frac{1}{2}\ \log_7 36 - \frac{1}{3}\log_7 125$ булса, x ны табыгыз.

3. 10 нигезе буенча логарифмлагыз: $x = \frac{\sqrt[3]{10a\sqrt{10}}}{100a}$, биредә $a > 0$.

M — 18

а) $y = \log_2(x-1)$ функциясенең графигын төзегез, рәсемдә графикның $-1<y<2$ булган өлешен аерып күрсәтегез, һәм xның тиндәшле кыйммәтләрен табыгыз.

б) $y = |\log_2(x-1)|$ функциясенең графигын төзегез һәм бу функциянең $[1{,}5;\ 9]$ кисемтәсендә иң зур һәм иң кечкенә кыйммәтләрен табыгыз.

M — 19

1. Тигезләмәне чишегез:

а) $\log_{0,5}\frac{1}{x} + 4\log_{0,5}\sqrt[3]{x} = -1$;

б) $\lg 100x \cdot \lg 0{,}01x = 5$.

2. Тигезсезлекне чишегез:

а) $\lg(3x) < \lg(x+4)$; б) $\log_{0,5}(1-x) > -1$.

М — 20

1. $\frac{1}{2}\log_3(5x-1)-\log_3(x+1)=0$ тигезләмәсен чишегез.

2. Тигезсезлекне чишегез:

а) $\log^2_{0,2} x \le 1$; б) $(2-\log_2 x)\sqrt{x^2-1} \ge 0$.

М — 21

Тигезләмәләр системасын чишегез:

а) $\begin{cases}\log_4 x - \log_4 y = 1, \\ x - 3y = 16;\end{cases}$ б) $\begin{cases}\log_2(x-y) = 1, \\ 2^x \cdot 3^{y+1} = 72.\end{cases}$

М — 22

Бирелгән функция өчен киресен табыгыз, бирелгән һәм кире функцияләрнең графикларын бер үк координаталар системасында төзегез.

а) $y=-0{,}5x+2$; б) $y=x^2-2$, биредә $x \ge 0$.

М — 23

1. $f(x)=e^{-x}\sin 2x$ функциясе бирелгән. $f'(x)$, $f'(0)$ ны табыгыз.

2. $\int_{-1}^{2} 5^x dx$ ны исәпләгез.

3. $y=e^{-x}$, $y=1$, $x=-2$ сызыклары белән чикләнгән фигураның мәйданын табыгыз.

M — 24

1. $f(x)=\frac{1}{8}\ln(-4x)$ функциясе бирелгән. $f'(x)$, $f'\left(-\frac{3}{4}\right)$ ны табыгыз.

2. $\varphi(x)=x-\ln x$ функциясенең үсү һәм кимү аралыкларын табыгыз.

3. $y=\frac{2}{x}$, $x=1$, $y=\frac{1}{2}$ сызыклары белән чикләнгән фигура мәйданын (0,01 гә кадәр төгәллектә) исәпләгез.

M — 25

1. $y=2x^{\frac{1}{3}}$, $y=0$, $x=1$, $x=8$ сызыклары белән чикләнгән фигураның мәйданын исәпләгез.

2. $f(x)=x^{-3}$ функциясе графигына абсциссасы $x_0=1$ ноктасындагы орынма тигезләмәсен языгыз.

M — 26

1. $y=8e^{-2x}$ функциясе $y'=-2y$ тигезләмәсен канәгатьләндерүен исбатлагыз.

2. $y'=-4y$ дифференциаль тигезләмәсе чишелешенең гомуми күренешен языгыз һәм $y(1)=e$ шартын канәгатьләндерүче бу тигезләмә чишелешен табыгыз.

Вариант 5

М — 1

1. $(-\infty,\ 0)$ аралыгында F функциясе f функциясе өчен башлангыч функция булуын исбатлагыз:

а) $F(x)=\sqrt{-x},\ f(x)=-\frac{1}{2\sqrt{-x}}$;

б) $F(x)=\sin^2 x+1,\ f(x)=\sin 2x$.

2. F функциясе $(-\infty,\ \infty)$ аралыгында f функциясе өчен башлангыч функция була аламы:

а) $F(x)=3x^2+\cos x+3,\ f(x)=6x-\sin x$;

б) $F(x)=-\frac{1}{x^2},\ f(x)=\frac{1}{x}$?

М — 2

1. $f(x)=-x+1$ функциясе өчен графигы $M(-2;\ -3)$ ноктасы аша үтүче башлангыч функцияне табыгыз. Бу графикны сызыгыз.

2. f функциясе өчен башлангыч функцияләрнең гомуми күренешен табыгыз:

а) $f(x)=\sqrt{7x+1}$; б) $f(x)=\sin 3x-\frac{1}{\cos^2 x}$.

М — 3

f функциясе өчен башлангычын табыгыз:

а) $f(x)=\frac{1}{2}\sin\frac{x}{2}-\frac{1}{3}\cos\frac{x}{3}$; б) $f(x)=-\frac{1}{x^2}-\frac{1}{x^3}-\frac{1}{x\sqrt{x}}$.

М — 4

Түбәндәге сызыклар белән чикләнгән фигураның мәйданын исәпләгез:

а) $y = 1 - x^2, \ \ y = 0;$

б) $y = \sin 2x, \ \ y = 0, \ \ 0 \le x \le \frac{\pi}{2}.$

М — 5

Исәпләгез:

а) $\int\limits_1^4 \frac{x}{\sqrt{x}} \, dx;$ б) $\int\limits_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{5\pi}{6}} \cos x \, dx;$ в) $\int\limits_0^2 \left(x^7 - 2x\right) dx.$

М — 6

Түбәндәге сызыклар белән чикләнгән фигураның мәйданын исәпләгез:

а) $y = 2 - x^2, \ \ y = x, \ \ x = 0, \ \ x \ge 0;$

б) $y = \frac{1}{\cos^2 x}, \ \ y = 8\cos x, \ \ x = 0, \ \ 0 \le x \le \frac{\pi}{2}.$

М — 7

Нокта туры буйлап t моментында $\vartheta(t) = 2t - \sin \pi t$ тизлек белән хәрәкәт итә. Ноктаның 2 дән алып 6 га кадәр вакыт эчендә үткән юлын табыгыз.

M — 8

1. Түбәндәге сызыклар белән чикләнгән фигураның мәйданын исәпләгез:

$$y = \begin{cases} 4 - \frac{2}{\cos^2 x}, & \text{биредә } 0 \le x \le \frac{\pi}{4}, \\ 2 + x, & \text{биредә } -2 \le x < 0 \end{cases} \quad \text{һәм } y = 0.$$

2. $\int\limits_0^2 \left(\left(1 - \frac{x}{2}\right)^4 + \sin\frac{\pi x}{2}\right)dx$ ны исәпләгез.

M — 9

1. $y = \sqrt{x}$, $x = 4$, $y = 0$ сызыклары белән чикләнгән кәкресызыклы трапециянең а) Ox күчәре, б) Oy күчәре тирәсендә әйләнүдән төзелгән җисемнең күләмен табыгыз.

2. 2 Н көч пружинаны 6 см га суза. Бу пружинаны 10 см га сузу өчен нинди эш башкарырга кирәк?

M — 10

1. $\sqrt{99 - 10\sqrt{2}} = 7 - 5\sqrt{2}$ тигезлеге дөресме?

2. Санлы аңлатманың кыйммәтен табыгыз:

а) $\sqrt[3]{2\sqrt[5]{2}} \cdot \sqrt[5]{8}$; б) $\left(\sqrt{3^3} + \sqrt{\left(\frac{1}{3}\right)^3}\right) : \left(\sqrt{3} + \sqrt{\frac{1}{3}}\right)$.

3. Калькуляторны яки таблицаларны кулланып, санлы аңлатмаларның якынча кыйммәтләрен табыгыз:

а) $\sqrt[3]{10{,}731}$; б) $\sqrt[3]{2} + \sqrt{2}$.

4. $\sqrt{2}$ һәм $\sqrt[5]{\sqrt{31}}$ саннарының кайсы зуррак?

М — 11

1. $\sqrt[4]{2a^4}$ аңлатмасында тапкырлаучыны тамыр тамгасы астыннан чыгарыгыз, биредә $a < 0$.

2. Тигезләмәне чишегез:

а) $x^6 - 3x^3 - 10 = 0$; б) $\sqrt{x} + 3\sqrt[4]{x} - 4 = 0$.

3. Аңлатманы гадиләштерегез:

а) $\sqrt[3]{7 - \sqrt{22}} \cdot \sqrt[3]{7 + \sqrt{22}}$; б) $\sqrt[3]{a^3} + \sqrt{a^2}$.

М — 12

1. $\sqrt{4 + x} \cdot \sqrt{5 - x} = 2\sqrt{2}$ тигезләмәсен чишегез.

2. Тигезләмәләр системасын чишегез:

$$\begin{cases} \sqrt[6]{x} - \sqrt[6]{y} = 1, \\ \sqrt{x} - \sqrt{y} = 7. \end{cases}$$

М — 13

1. Санлы аңлатманың кыйммәтен табыгыз:

а) $\left(27^{\frac{2}{3}} + 125^{\frac{1}{3}} + 8^{\frac{1}{3}}\right)^{-\frac{1}{4}}$; б) $\left(10 + 73^{\frac{1}{2}}\right)^{-\frac{1}{3}} : \left(10 - \sqrt{73}\right)^{\frac{1}{3}}$.

2. $\left(\sqrt[4]{5}\right)^{-\frac{5}{3}}$ һәм $\sqrt[4]{5^{-1} : \sqrt[3]{25}}$ саннарын чагыштырыгыз.

3. Аңлатманы гадиләштерегез:

$$\frac{u+8}{u^{\frac{2}{3}} - 2\sqrt[3]{u} + 4} - \frac{u-8}{\sqrt[3]{u^2} + 2u^{\frac{1}{3}} + 4}.$$

М — 14

1. $y = 5^{1-x}$ функциясе графигын схематик рәвештә сурәтләгез.

2. Исәпләгез:

а) $\sqrt[3]{5^{(\sqrt{5}+1)^2}\cdot 25^{-\sqrt{5}}}$; б) $\left(\left(\frac{1}{3}\right)^{\sqrt{3}}\right)^{\sqrt{3}}$.

3. $y = \sqrt{3^x - 9}$ функциясенең билгеләнү һәм кыйммәтләр өлкәләрен табыгыз.

М — 15

1. Тигезләмәне чишегез:

а) $2^x + 2^{x-3} = 18$; б) $\left(\cos\frac{\pi}{6}\right)^{2x-2} = 1\frac{7}{9}$.

2. Тигезсезлекне чишегез:

а) $\left(\frac{1}{2}\right)^x + \left(\frac{1}{2}\right)^{x-2} > 5$; б) $3^{|x|+2} < 27$.

М — 16

1. Тигезләмәне чишегез:

а) $8^{|x^2-1|} = 16$; б) $\left(\frac{1}{3}\right)^x + 3^{x+3} = 12$.

2. $\left(\frac{1}{4}\right)^x - 2^{1-x} - 8 < 0$ тигезсезлеген чишегез.

М — 17

1. Таблицаларсыз һәм калькуляторсыз исәпләгез:

а) $\log_{\sqrt{2}} 12 - \log_2 9$;   б) $\left(\frac{\lg 125 - 2\lg 2}{\lg\sqrt[3]{4} + \lg 0{,}2}\right)^2$.

2. 2 нигезе буенча логарифмлагыз:

$$\frac{\sqrt{8}\ a\ \sqrt[12]{bc^3}}{9\sqrt{x}\ y^2},\ a > 0,\ b > 0.$$

3. Саннарны чагыштырыгыз:

а) $3^{\log_7 11}$ һәм $11^{\log_7 3}$;   б) $\log_2 3 + \log_3 2$ һәм 2.

М — 18

1. Санның тамгасын билгеләгез:

а) $\log_2 \frac{1}{51}$;   б) $\log_{0,5} 0{,}75$.

2. $y = \frac{1-x}{\log_3(x^2-9)}$ функциясенең билгеләнү өлкәсен табыгыз.

3. $y = \log_{0,4}(-x)$ функциясенең графигын схематик рәвештә сурәтләгез.

М — 19

1. Тигезләмәне чишегез:

а) $\log_{\sqrt{3}}(x^2 - 5x - 3) = 2$;   б) $\lg(x-1) = 0{,}5\lg(1 + 1{,}5x)$.

2. Тигезсезлекне чишегез:

а) $\log_2(2x-1) > \log_2(3x-4)$;   б) $\frac{x+2}{\lg x} \geq 0$.

М — 20

1. Тигезләмәне чишегез:

а) $2\log_{\frac{1}{3}}^{2} x - 5\log_3 x = 7$; б) $\frac{3}{\lg x - 2} + \frac{2}{\lg x - 3} = -4$.

2. Тигезсезлекне чишегез:

а) $\lg^2 x^2 + 3\lg x > 1$; б) $7^{2x} - 3\cdot 7^x > 10$.

М — 21

Тигезләмәләр системасын чишегез:

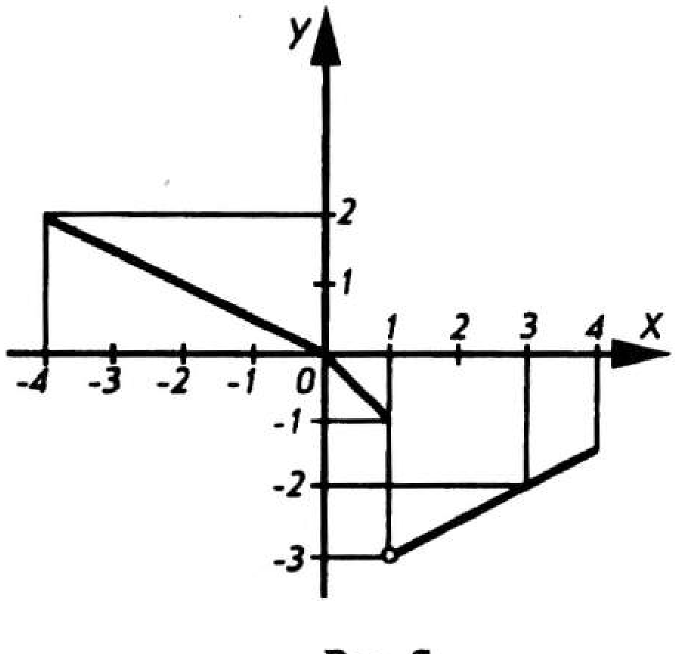
а) $\begin{cases} \log_2(x+y) = 3, \\ \log_{15} x = 1 - \log_{15} y; \end{cases}$ б) $\begin{cases} 2^{\cos x} + 4^{\sin y} = 3, \\ 2^{\cos x} \cdot 4^{\sin y} = 2. \end{cases}$

М — 22

1. Бирелгән f функциясенә кире g функциясе формуласын чыгарыгыз. g функциясенең билгеләнү һәм кыйммәтләр өлкәләрен табыгыз:

а) $f(x) = \frac{1+x}{1-x}$;

б) $f(x) = \sqrt{3 - x^2}$, $x \le 0$.



Рәс. 7

2. f функциясенең бирелгән графигы буенча аңа кире g функциясенең -2; 0; 1 нокталарында кыйммәтләрен табыгыз. g функциясенең графигын төзегез, аның билгеләнү һәм кыйммәтләре өлкәләрен табыгыз.

М — 23

1. Функциянең чыгарылмасын табыгыз:

а) $f(x) = 0{,}2e^{7+0{,}1x}$; б) $f(x) = \left(\frac{1}{3}\right)^{2x+\frac{1}{2}}$.

2. $f(x) = e^{1-x}$ функциясе графигынын абсциссасы $x_0 = 1$ ноктадагы орынмасынын тигезләмәсен языгыз.

3. $f(x) = (x-1)e^{x+1}$ функциясенең үсү һәм кимү аралыкларын табыгыз.

4. $\int_0^1 \left(2^{3x-1}\ln 2\right)dx$ ны исәпләгез.

М — 24

1. Функциянең чыгарылмасын табыгыз:

а) $f(x) = \ln(1-0{,}2x)$; б) $f(x) = \log_3\left(x^2 - 2\sqrt{x}\right)$.

2. $f(x) = \log_2(x+3)$ функциясе графигынын абсциссасы $x_0 = 1$ булган ноктадагы орынмасынын тигезләмәсен языгыз.

3. $f(x) = x^2 \log_2 x$ функциясенең үсү һәм кимү аралыкларын табыгыз.

М — 25

1. $f(x) = \left(\frac{1}{x}\right)^{-\sqrt{2}} + x^{-2}$ функциясенең чыгарылмасын табыгыз.

2. $\sqrt[3]{125{,}15} - \sqrt[3]{124{,}85}$ аңлатмасынын якынча кыйммәтен исәпләгез.

3. $y = 0$, $y = x^{\pi}$, $x = 1$, $x = \pi$ сызыклары белән чикләнгән фигуранын мәйданын табыгыз.

М — 26

1. $f(x) = e^{-3x}$ функциясен канәгатьләндерүче дифференциаль тигезләмә языгыз.

2. $f(1) = 2$ булырлык итеп, $f'(x) = f(x)\ln 4$ дифференциаль тигезләмәсенең чишелешен табыгыз.

3. $y'' = -\frac{1}{9}y$ дифференциаль тигезләмәсе чишелешләренең гомуми күренешен языгыз.

Вариант 6

M — 1

1. (0; ∞) аралыгында f функциясе өчен F функциясе башлангыч функция икәнен исбатлагыз:

а) $F(x)=\sqrt{x}+\sqrt{x^3}-2$, $f(x)=\frac{1}{2\sqrt{x}}+\frac{3}{2}\sqrt{x}$;

б) $F(x)=3-\cos^2 x$, $f(x)=\sin 2x$.

2. (−∞; ∞) аралыгында F функциясе f функциясе өчен башлангыч функция була аламы:

а) $F(x)=x^2+\sin x+5$, $f(x)=2x+\cos x$;

б) $F(x)=-\frac{2}{x^3}$, $f(x)=\frac{1}{x^3}$?

M — 2

1. $h(x)=1-4x$ функциясе өчен графигы $M(-1;9)$ ноктасы аша үтүче башлангыч функцияне табыгыз. Бу графикны төзегез.

2. Функция өчен башлангыч функцияләрнең гомуми күренешен языгыз:

а) $f(x)=\sqrt{6x-2}$; б) $f(x)=\cos 3x+\frac{1}{\sin^2 x}$.

M — 3

f функциясе өчен башлангыч функцияне табыгыз:

а) $f(x)=\frac{1}{3}\sin\frac{x}{3}+\frac{1}{2}\cos\frac{x}{2}$;

б) $f(x)=\frac{2}{x^2}+\frac{3}{x^3}+\frac{1}{x\sqrt{x}}$.

М — 4

Түбәндәге сызыклар белән чикләнгән фигураның мәйданын исәпләгез:

а) $y = x^3$, $x = -1$, $y = 0$;

б) $y = \cos 0{,}5x$, $y = 0$, $x = -\frac{\pi}{3}$, биредә $-\pi \le x \le -\frac{\pi}{3}$.

М — 5

Исәпләгез:

а) $\int\limits_1^4 \frac{\sqrt{x}}{x}\,dx$;   б) $\int\limits_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{2\pi}{3}} \sin x\,dx$;   в) $\int\limits_{-2}^{0} \left(x^5 - 3x^2\right)dx$.

М — 6

Түбәндәге сызыклар белән чикләнгән фигураның мәйданын исәпләгез:

а) $y = x$, $y = 2 - x^2$, $y = 0$, $x \ge 0$;

б) $y = \frac{1}{\cos^2 x}$, $y = 8\cos x$, $y = 0$, $x = 0$, $0 \le x \le \frac{\pi}{2}$.

М — 7

Туры сызык буйлап хәрәкәт итүче ноктаның t моментындагы тизлеге $\vartheta(t) = \sqrt{t} + \cos \pi t$ га тигез. Әгәр $t = 0$ булганда ноктаның координатасы 3 кә тигез булса, t моментындагы аның координатасын табыгыз.

М — 8

1. $y = \begin{cases} -2 + \frac{1}{\sin^2 x}, & \text{биредә } \frac{\pi}{6} \le x \le \frac{\pi}{4}, \\ \frac{12x}{\pi}, & \text{биредә } 0 \le x < \frac{\pi}{6} \end{cases}$ һәм $y = 0$

сызыклары белән чикләнгән фигураның мәйданын исәпләгез.

2. $\int_1^0 \left(\frac{(4x+1)^3}{3} + \cos \pi x \right) dx$ ны исәпләгез.

М — 9

1. $y = x^2$, $x = 2$, $y = 0$ сызыклары белән чикләнгән кәкресызыклы трапециянең а)Ox күчәре, б)Oy күчәре тирәсендә әйләнүеннән төзелгән жисемнең күләмен табыгыз.

2. 4 Н көч пружинаны 4 см га кыса. Бу пружинаны 2 см га кысу өчен, күпме эш башкарырга кирәк?

М — 10

1. $8 - 4\sqrt{3} = \sqrt{112 - 64\sqrt{3}}$ тигезлеге дөресме?

2. Санлы аңлатманың кыйммәтен табыгыз:

а) $\sqrt[6]{3\sqrt[7]{3^5}} : \sqrt[7]{9}$; б) $(\sqrt{5^3} - \sqrt{\frac{1}{5^3}}) : (\sqrt{5} - \frac{1}{\sqrt{5}})$.

3. Калькуляторны яки таблицаларны кулланып, санлы аңлатманың якынча кыйммәтен табыгыз:

а) $\sqrt[3]{20{,}39}$; б) $\sqrt[3]{3} + \sqrt[4]{3}$.

4. $\sqrt{3}$ һәм $\sqrt[3]{\sqrt{28}}$ саннарының кайсы зуррак?

M — 11

1. $\sqrt[6]{4b^6}$ аңлатмасында тапкырлаучыны тамыр тамгасы астыннан чыгарыгыз, биредә $b < 0$.

2. Тигезләмәне чишегез:

а) $x^6 - 2x^3 - 15 = 0$; б) $\sqrt{x} - 4\sqrt[4]{x} = 5$.

3. Аңлатманы гадиләштерегез:

а) $\sqrt[3]{9 - \sqrt{17}} \cdot \sqrt[3]{9 + \sqrt{17}}$; б) $\sqrt[5]{a^5} + \sqrt[4]{a^4}$.

M — 12

1. $\sqrt{8 + x} \cdot \sqrt{8 - x} = x$ тигезләмәсен чишегез.

2. $\begin{cases} \sqrt[6]{x} + \sqrt[6]{y} = 3, \\ \sqrt{x} + \sqrt{y} = 9 \end{cases}$ тигезләмәләр системасын чишегез.

M — 13

1. Санлы аңлатманың кыйммәтен табыгыз:

а) $8^{\frac{2}{3}} + \left(\frac{1}{9}\right)^{-\frac{3}{2}} + \left(\sqrt{125^{\frac{2}{3}}}\right)^{\frac{1}{2}}$;

б) $\left(12 - 19^{\frac{1}{2}}\right)^{\frac{1}{3}} : \left(12 + 19^{\frac{1}{2}}\right)^{-\frac{1}{3}}$.

2. $\left(\sqrt[3]{9}\right)^{-\frac{5}{4}}$ һәм $\sqrt{\frac{1}{3} \cdot 9^{-\frac{2}{3}}}$ саннарының кайсы зуррак?

3. Аңлатманы гадиләштерегез:

$$\frac{8v+1}{4v^{\frac{2}{3}} - 2\sqrt[3]{v+1}} - \frac{8v-1}{4\sqrt[3]{v^2} + 2v^{\frac{1}{3}} + 1}.$$

М — 14

1. $y = 0{,}2^{1-x}$ функциясе графигын схематик рәвештә сурәтләгез.

2. Исәпләгез:

а) $\sqrt[4]{3^{(\sqrt{3}+1)^2} \cdot 9^{-\sqrt{3}}}$; б) $\left(\left(\frac{1}{2}\right)^{\sqrt{2}}\right)^{\sqrt{2}}$.

3. $y = \sqrt{2^x - 4}$ функциясенең билгеләнү өлкәсен һәм кыйммәтләре өлкәсен табыгыз.

М — 15

1. Тигезләмәне чишегез:

а) $3^x + 4 \cdot 3^{x+1} = 13$; б) $\left(\sin \frac{5\pi}{6}\right)^{3x-4} = \sqrt{8}$.

2. Тигезсезлекне чишегез:

а) $\left(\frac{1}{5}\right)^{x-1} + \left(\frac{1}{5}\right)^{x+1} \le 26$; б) $3^{x^2} > 9^8$.

М — 16

1. Тигезләмәне чишегез:

а) $27^{|x^2-2|} = 81$; б) $\left(\frac{1}{2}\right)^{2x^2+3x-1} = 4^{x-3}$.

2. $\left(\frac{1}{9}\right)^x - 3^{1-x} + 6 < 0$ тигезсезлеген чишегез.

М — 17

1. Таблицаларсыз һәм калькуляторсыз исәпләгез:

а) $\log_{\sqrt{3}} 18 - \log_3 4$; б) $\left(\frac{\log_6 27 + 2\log_6 2}{\log_6 \sqrt[3]{0,25} + \log_6 \frac{1}{3}}\right)^3$.

2. 5 нигезе буенча анлатманы логарифмлагыз:

$$\frac{125a^2 \sqrt[3]{bx^5}}{3\sqrt{yz^3}}, \quad b > 0, \quad x > 0, \quad z > 0.$$

3. Саннарны чагыштырыгыз:

а) $7^{\log_3 11}$ һәм $11^{\log_3 7}$; б) $\log_2 5 + \log_5 3$ һәм 4.

М — 18

1. Санның тамгасын билгеләгез:

а) $\log_3 4$; б) $\log_{\frac{1}{3}} 0,9$.

2. Функциянең билгеләнү өлкәсен табыгыз:

$$y = \frac{x}{\log_2(x^2 - 4)}.$$

3. $y = \lg|x|$ функциясе графигын схематик рәвештә сурәтләгез.

М — 19

1. Тигезләмәне чишегез:

а) $\log_{\sqrt{2}}(x^2 - 3x) = 4$; б) $\lg(2x + 1) = 0,5 \lg(1 - 3x)$.

2. Тигезсезлекне чишегез:

а) $3\log_{\frac{1}{2}}^2 x - 2\log_2 x \le 5$; б) $\frac{x}{\lg(x+1)} \ge 0$.

M — 20

1. Тигезләмәне чишегез:

а) $3\log^2_{\frac{1}{2}} x + 2\log_2 x = 5$; б) $\frac{2}{\lg x+1} + \frac{3}{\lg x+2} = 2$.

2. Тигезсезлекне чишегез:

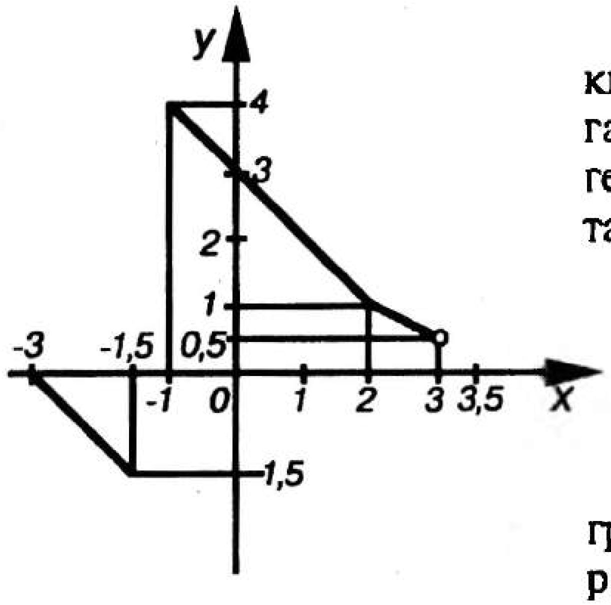
а) $\lg^2 x - 2\lg x > 2$; б) $15^{2x} + 3\cdot 15^x > 10$.

M — 21

Тигезләмәләр системасын чишегез:

а) $\begin{cases} \log_3 x + \log_3 y = 2 + \log_3 2, \\ \log_3(x+y) = 2; \end{cases}$ б) $\begin{cases} 4^{\cos x} + \left(\frac{1}{2}\right)^{\sin y} = 3, \\ 4^{\cos x} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{\sin y} = 2. \end{cases}$

M — 22



Рәс. 8

1. Бирелгән f функциясенә кире g функциясе формуласын чыгарыгыз. g функциясенең билгеләнү һәм кыйммәтләр өлкәләрен табыгыз:

а) $f(x) = \frac{1-x}{1+x}$;

б) $f(x) = \sqrt{2 - x^2}$; $x \le 0$.

2. f функциясенең бирелгән графигы буенча -1; 1; 3 нокталарында аңа кире g функциясенең кыйммәтләрен табыгыз (8 нче рәсем). g функциясенең графигын төзегез, аның билгеләнү һәм кыйммәтләре өлкәләрен табыгыз.

М — 23

1. Функциянең чыгарылмасын табыгыз:

а) $f(x) = 3e^{3+2x}$;   б) $f(x) = 14^{0,2-5x}$.

2. $f(x) = e^{1+x}$ функциясе графигының абсциссасы $x_0 = -1$ булган ноктадагы орынмасының тигезләмәсен языгыз.

3. $f(x) = (x+1)e^{x-1}$ функциясенең үсү һәм кимү аралыкларын табыгыз.

4. $\int\limits_{-1}^{1}\left(3^{3x+1}\ln 3\right)dx$ ны исәпләгез.

М — 24

1. Функциянең чыгарылмасын табыгыз:

а) $f(x) = \ln\left(2 - \frac{1}{3}x\right)$;   б) $f(x) = \log_4\left(x^3 - \frac{2}{\sqrt{x}}\right)$.

2. Әгәр $f(x) = \log_3(2x+1)$ булса, f функциясе графигының абсциссасы $x_0 = 1$ булган ноктадагы орынма тигезләмәсен языгыз.

3. $f(x) = \lg^2(x+1) - \lg(x+1)$ функциясенең үсү һәм кимү аралыкларын табыгыз.

М — 25

1. Функция чыгарылмасын табыгыз:

$f(x) = \left(\frac{1}{x}\right)^{-\sqrt{3}} + \left(\frac{1}{\sqrt{x}}\right)^{3}$.

2. $\sqrt[4]{16,08} - \sqrt[5]{32,15}$ аңлатмасының якынча кыйммәтен исәпләгез.

3. $y = 0$; $y = x^e$, $x = 1$, $x = e$ сызыклары белән чикләнгән фигураның мәйданын табыгыз.

М — 26

1. $f(x) = e^{-0,4x}$ функциясен канәгатьләндерүче дифференциаль тигезләмә языгыз.

2. $f(1) = 9$ булырлык итеп, $f'(x) = f(x)\ln 3$ дифференциаль тигезләмә чишелешен табыгыз.

3. $y'' = -\frac{1}{4}y$ дифференциаль тигезләмәсе чишелешләренең гомуми күренешен языгыз.

М — 1

1. F функциясе I аралыгында f функциясе өчен башлангыч функция була аламы:

а) $F(x)=\sqrt{x-1}+2,\ f(x)=\frac{1}{2\sqrt{x-1}},\ I=(1;\ \infty);$

б) $F(x)=3x^2-1,\ f(x)=x^3-x,\ I=(-\infty;\ \infty)?$

2. I аралыгында F функциясе f функциясе өчен башлангыч функция икәнен исбатлагыз:

а) $F(x)=2-\sin^2 x+\cos^2 x,\ f(x)=-2\sin 2x,\ I=(0;\ 2);$

б) $F(x)=(x-1)^4,\ f(x)=4x^3-12x^2+12x-1,\ I=(-\infty;\ \infty).$

М — 2

1. $h(x)=\sin x$ функциясе өчен $H\left(\frac{\pi}{3}\right)=2$ булырлык башлангыч $H(x)$ функциясен табыгыз. Бу башлангыч функциясенен графигын сызыгыз.

2. f функциясе өчен башлангыч функцияләрнең гомуми күренешен языгыз:

а) $f(x)=\frac{6x-2}{\sqrt{6x-1}+1};$ б) $f(x)=\sin x\cos x\cos 2x\cos 4x.$

М — 3

Функция өчен башлангыч функция табыгыз:

а) $f(x)=\sin(1{,}5x-1)+\sqrt{x};$ б) $g(x)=\frac{1}{3\cos^2(7-x)}+\frac{x^2}{2}.$

М – 4

Түбәндәге сызыклар белән чикләнгән фигураның мәйданын исәпләп чыгарыгыз:

а) $y=0,\ y=2x,\ y=3-x^2,\ x\ge 0;$

б) $y=|\sin x|,\ y=0,\ x=\frac{4\pi}{3},\ \pi\le x\le\frac{4\pi}{3}.$

М – 5

Исәпләгез:

а) $\int\limits_1^9 5\sqrt{x}dx;$ б) $\int\limits_0^{\frac{\pi}{3}}\frac{dx}{\cos^2 x};$ в) $\int\limits_0^{\frac{\pi}{4}}\cos^2 xdx.$

М – 6

Түбәндәге сызыклар белән чикләнгән фигураның мәйданын исәпләп чыгарыгыз:

а) $y=x^2,\ y=4x-3;$ б) $y=\cos 2x,\ y=\sin x,\ y=0,$ $0\le x\le\frac{\pi}{2}.$

М – 7

Нокта туры сызык буйлап вакытның t моментында, $v(t)=10t-0{,}008t^3$ тизлеге белән хәрәкәт итә. Әгәр тизлек метр секундларда үлчәнсә, $t=10$ с тан $t=20$ с ка кадәр аралыкта ноктаның үткән юлын һәм юл ахырында аның тизләнешен табыгыз.

М — 8

1. Түбәндәге сызыклар белән чикләнгән фигураның мәйданын исәпләп чыгарыгыз:

$$y=\begin{cases}1-|x|, & \text{биредә } -1\le x\le \frac{1}{2},\\ \cos\frac{2\pi x}{3}, & \text{биредә } \frac{1}{2}< x\le \frac{3}{4}\end{cases} \quad \text{һәм } y=0.$$

2. $\int\limits_{\sqrt{5}}^{\sqrt{10}} \frac{2x}{\sqrt{x^2-1}}dx$ ны исәпләгез.

М — 9

1. Түбәндәге өслекләр белән чикләнгән җисем күләмен табыгыз:

$$\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{4}=1+z^2,\quad z=1,\quad z=0.$$

2. Аскы нигезе $c=10$ м биеклегендә суга батырылган трапеция формасындагы вертикаль стенаның аскы нигезе $a=10$ м, өске нигезе $b=6$ м һәм биеклеге $h=5$ м. Стенаның бер ягына су басымының көчен табыгыз.

М — 10

1. $\sqrt{52-30\sqrt{3}}=5-3\sqrt{3}$ тигезлеге дөресме?

2. Санлы аңлатманың кыйммәтен табыгыз:

а) $\sqrt[3]{3\sqrt[5]{3}}\cdot\sqrt[5]{27}$; б) $\left(\sqrt{2^3}-\sqrt{\frac{1}{2^3}}\right):\left(\sqrt{2}-\sqrt{\frac{1}{2}}\right)$.

3. Калькуляторны яки таблицаларны кулланып, санлы аңлатманың якынча (0,0001 гә кадәр төгәллектә) кыйммәтен табыгыз:

а) $\sqrt[3]{20{,}991}$; б) $\sqrt[3]{5}+\sqrt[4]{5}$.

4. $\sqrt{\sqrt[3]{2}}$ һәм $\sqrt[5]{\sqrt{3}}$ саннарын чагыштырыгыз.

M — 11

1. a ның нинди кыйммәтләре өчен

$\sqrt[3]{a^3} \geq \sqrt[4]{a^4}$ тигезсезлеге дөрес?

2. Тигезләмәне чишегез:

а) $\frac{1}{\sqrt[4]{x-1}} + \frac{3}{\sqrt[4]{x+1}} = 2$; б) $\sqrt[3]{x} - 3\sqrt[6]{x} = 10$.

3. Аңлатманы гадиләштерегез:

а) $\sqrt{4-2\sqrt{3}} + \sqrt{4+2\sqrt{3}}$; б) $\sqrt[4]{\left(1-\sqrt[4]{a}\right)\left(1+\sqrt[4]{a}\right)+\sqrt[8]{a^4}}$.

M — 12

1. $\sqrt{x^2+3x+3} = 2x+1$ тигезләмәсен чишегез.

2. $\begin{cases} \sqrt[3]{x} - \sqrt[3]{y} = 1, \\ x - y = 7 \end{cases}$ тигезләмәләр системасын чишегез.

M — 13

1. Аңлатманы гадиләштерегез һәм аның кыйммәтен исәпләгез:

а) $15^2 \cdot 45^{\frac{2}{3}} : 75^{1\frac{1}{3}} + 2^{\frac{1}{4}} \cdot 4^{\frac{3}{8}}$;

б) $\left(b^2\sqrt{b}\right)^{\frac{1}{5}}\left(b^3\sqrt{b}\right)^{\frac{1}{7}}$, биредә $b = 3$.

2. Үзгәрешленең нинди кыйммәтләре өчен тигезлек дөрес:

а) $\left(a^{\frac{1}{5}}\right)^5 = a$; б) $\left(a^4\right)^{\frac{1}{4}} = |a|$?

3. Аңлатманы гадиләштерегез:

$$\left(x^{\frac{1}{2}} + y^{\frac{3}{2}}\right)\left(x - x^{\frac{1}{2}}y^{\frac{3}{2}} + y^3\right) + \left(x^{\frac{1}{2}} - y^{\frac{3}{2}}\right)\left(x + x^{\frac{1}{2}}y^{\frac{3}{2}} + y^3\right).$$

M – 14

1. $y = 3^{-x}$ функциясе графигын схематик рәвештә сурәтләгез.

2. Саннарны чагыштырыгыз:

а) $\left(\frac{1}{3}\right)^{\sqrt{5}}$ һәм $3^{-2,25}$; б) $\left(\left(\sqrt{3}\right)^{\sqrt{3}}\right)^{\sqrt{3}}$ һәм $3^{1,5}$.

3. $y = \sqrt{1 - \left(\frac{1}{2}\right)^{x}}$ функциясенең билгеләнү һәм кыйммәтләре өлкәләрен табыгыз.

M – 15

1. Тигезләмәне чишегез:

а) $0,5^{3-2x} + 3 \cdot 0,25^{1-x} = 7$; б) $5^{\frac{6x+3}{x}} = \sqrt[4]{125^{2x+1}}$.

2. Тигезсезлекне чишегез:

а) $25^{\frac{1}{2x}+1} < 125^{-\frac{2}{3}}$; б) $4^{x} \cdot 5 + 2 \cdot 25^{x} \leq 7 \cdot 10^{x}$.

M – 16

1. Тигезләмәне чишегез:

а) $2 \cdot 3^{x-6} + 6 \cdot 9^{0,5x-2} = 56$; б) $4^{\cos 2x} + 4^{\cos^2 x} = 3$.

2. Тигезсезлекне чишегез:

$$4^{x} + \left(\frac{1}{2}\right)^{-1-x} - 8 \geq 0.$$

М — 17

1. 7 нигезе буенча аңлатманы логарифмлагыз:

$$\frac{7\sqrt{7}\,a^{\frac{1}{3}}\sqrt[6]{b^2c^3}}{5d^{0,5}\sqrt{k}}.$$

2. $\log_{30}3 = a$, $\log_{30}5 = b$ булуы билгеле. $\log_{30}8$ табыгыз.
3. Санлы аңлатманың кыйммәтен табыгыз:

а) $\log_{\sqrt{3}}24 - \log_9 4^6$; б) $7^{\log_{11}2} - 2^{\log_{11}7}$

М — 18

1. Санның тамгасын билгеләгез:

а) $\log_{0,3}4$; б) $\lg 3 - \frac{1}{3}$.

2. $y = \frac{1}{\log_{12}(x-3)} + \sqrt{7-x}$ функциясенең билгеләнү өлкәсен табыгыз.

3. $y = \lg\sqrt{x}$ функциясенең графигын схематик рәвештә сурәтләгез.

М — 19

1. Тигезләмәне чишегез:

а) $\log_{2x}64 - \log_{2x}8 = 3$; б) $x^{\lg x} = 100x$.

2. Тигезсезлекне чишегез:

а) $\lg(x-1)^2 > 0$; б) $\log_2(x-1) > \log_{\frac{1}{2}}\frac{1}{2x-3}$.

М — 20

1. Тигезләмәне чишегез:

а) $\lg^2 x^2 - 3\lg x^2 = 4$; б) $4 - \lg x = 3\sqrt{\lg x}$.

2. Тигезсезлекне чишегез:

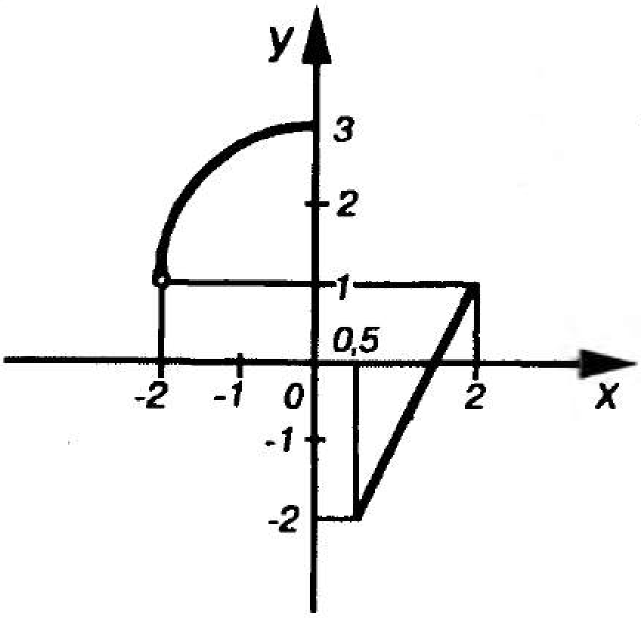
а) $\log_{\frac{1}{2}}(2x-3) > \log_{\frac{1}{2}}(x^2-6)$; б) $4^x - 7\cdot 2^x + 12 > 0$.

М — 21

1. Тигезләмәләр системасын чишегез:

а) $\begin{cases} \log_3 x + \log_3 y = 1 - \log_3 2, \\ \log_3(x+y) = 2; \end{cases}$ б) $\begin{cases} 3^x \cdot 2^y = 576, \\ \log_{\sqrt{2}}(y-x) = 4. \end{cases}$

М — 22



Рәс. 9

1. Бирелгән f функциясенә кире g функциясен билгеләүче формуланы чыгарыгыз. g функциясенең билгеләнү һәм кыйммәтләре өлкәләрен табыгыз:

а) $f(x) = 3 - x^3$;

б) $f(x) = \left(\sqrt{1+x^2}\right)^{-3}$, $x \geq 0$.

2. f функциясенең бирелгән графигы буенча аңа кире g функциясенең -1; 1; 2 нокталарында (9 нчы рәсем) кыйммәтләрен табыгыз. g функциясенең графигын төзегез. Аның билгеләнү һәм кыйммәтләре өлкәләрен күрсәтегез.

М — 23

1. Функциянең чыгарылмасын табыгыз:

а) $f(x) = e^{2-14x}$; б) $f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^{0,5x+1}$

2. $f(x) = e^x - e^{-x}$ функциясе графигына орынма $y = 2x + 1$ турысына параллель, аның тигезләмәсен табыгыз.

3. $f(x) = e^{x^3 - 3x}$ функциясенең максимум һәм минимум нокталарын табыгыз.

4. $y = e^x$, $y = 2 - e^x$, $x = 2$ сызыклары белән чикләнгән фигураның мәйданын табыгыз.

М — 24

1. Функциянең чыгарылмасын табыгыз:

а) $f(x)=\ln\left(x^3-2x^2+1\right)$; б) $f(x)=\log_{\sqrt{2}}\sqrt[3]{3-2x}$.

2. $y=\frac{7}{x}$, $x^2-8x+7=0$ сызыклары белән чикләнгән фигураның мәйданын табыгыз.

3. $f(x)=\ln^3 x-3\ln x$ функциясенең максимум һәм минимум нокталарын табыгыз.

М — 25

1. $f(x)=(2-x)\,x^{\sqrt{3}}$ функциясенең үсү һәм кимү аралыкларын табыгыз.

2. $\sqrt[6]{64{,}12}-\sqrt[6]{63{,}64}$ аңлатмасының якынча кыйммәтен исәпләгез.

3. $f(x)=x^{\sqrt{2}}+x^{-\sqrt{2}}$ функциясе өчен башлангыч функцияне табыгыз.

М — 26

1. $f(x)=e^{-\frac{1}{3}x}$ функциясе $f'(x)=\frac{1}{3}f(x)$ дифференциаль тигезләмәсен канәгатьләндерәме?

2. $f'(x)=\ln 5\,f(x)$ дифференциаль тигезләмәсенең $f(6)=5$ булырлык чишелешен табыгыз.

3. $y''=-3y$ дифференциаль тигезләмәсенең $y(0)=2$, $y'(0)=6$ шартларын канәгатьләндерүче чишелешен табыгыз. Бу тирбәнешнең амплитудасын, циклик ешлыгын һәм башлангыч фазасын күрсәтегез.

М – 1

1. I аралыгында F функциясе f функциясе өчен башлангыч функция була аламы:

а) $F(x) = 2\sqrt{1+x}+1$, $f(x) = \frac{1}{\sqrt{1+x}}$, $I = (-1;\ \infty)$;

б) $F(x) = x^4 - \frac{1}{\sqrt{x}}$, $f(x) = 4x^3 - 2\sqrt{x}$, $I = (0;\ \infty)$?

2. F функциясенең I аралыгында f функциясе өчен башлангыч функция икәнен исбатлагыз.

а) $F(x) = 2\sin^2 x\cos^2 x$, $f(x) = \sin 4x$, $I = (-3;\ 0)$;

б) $F(x) = (x+2)^4$, $f(x) = 4x^3 + 24x^2 + 48x + 32$,

$I = (-\infty;\ \infty)$.

М – 2

1. $h(x) = \cos x$ функциясе өчен $H\left(-\frac{\pi}{6}\right) = 1$ булырлык $H(x)$ башлангыч функциясен табыгыз. Бу башлангыч функциянең графигын төзегез.

2. Функция өчен башлангыч функцияләрнең гомуми күренешен языгыз:

а) $f(x) = \frac{3-8x}{\sqrt{8x+1}+2}$; б) $f(x) = \cos x \cos\frac{x}{2}\cos\frac{x}{4}\sin\frac{x}{4}$.

М – 3

Функция өчен башлангыч функцияне табыгыз:

а) $f(x) = \cos(1-1{,}5x) + \sqrt{x+1}$; б) $g(x) = \frac{2}{5\sin^2(2-x)} - \frac{x}{3}$.

М — 4

Түбәндәге сызыклар белән чикләнгән фигураның мәйданын исәпләп чыгарыгыз:

а) $y = 0$, $y = \frac{x}{2}$, $y = 5 - x^2$, $x \geq 0$;

б) $y = |\cos x|$, $\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{5\pi}{6}$, $y = 0$.

М — 5

Исәпләгез:

а) $\int_1^4 \frac{6}{x\sqrt{x}}\,dx$;   б) $\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{3}} \frac{dx}{\sin^2 x}$;   в) $\int_0^{\frac{\pi}{3}} \sin^2 x\,dx$.

М — 6

Түбәндәге сызыклар белән чикләнгән фигураның мәйданын исәпләп чыгарыгыз:

а) $y = 2x^2$, $y = x + 1$;

б) $y = \cos 2x$, $y = \sin x$, $x = 0$, $x \geq 0$.

М — 7

Нокта туры буйлап вакытның t моментында $v(t) = t^2 - t + 1$ тизлеге белән хәрәкәт итә. $t = 0$ башлангыч моментта ноктаның координатасы -1 гә тигез булуы билгеле. Вакытның t моментында ноктаның координатасын һәм тизләнешен табыгыз.

M — 8

1. Түбәндәге сызыклар белән чикләнгән фигураның мәйданын исәпләп чыгарыгыз:

$$y = \begin{cases} 2 - |x|, & \text{биредә} \quad -2 \le x < 1, \\ 2\sin\frac{\pi x}{6}, & \text{биредә} \quad 1 \le x \le 6. \end{cases}$$

2. $\int\limits_{\sqrt{3}}^{\sqrt{8}} \frac{2x}{\sqrt{x^2+1}}\,dx$ ны исәпләгез.

M — 9

1. Түбәндәге өслекләр белән чикләнгән җисемнең күләмен табыгыз:

$$x^2 + y^2 = z^2 + 4, \quad z = -3, \quad z = 3.$$

2. Аскы нигезе $c = 12$ м биеклегендә суга батырылган трапеция формасындагы вертикаль стенканың аскы нигезе $a = 4$ м, өске нигезе $b = 8$ м һәм биеклеге $h = 6$ м. Стенаның бер ягына су басымының көчен табыгыз.

M — 10

1. $\sqrt{97 - 56\sqrt{3}} = 7 - 4\sqrt{3}$ тигезлеге дөресме?

2. Санлы аңлатманың кыйммәтен табыгыз:

а) $\sqrt[6]{5\sqrt[7]{5^5}} \cdot \sqrt[7]{5^{-2}}$; б) $\left(\sqrt{5^3} + \frac{1}{\sqrt{5^3}}\right) : \left(\sqrt{5} + \sqrt{\frac{1}{5}}\right)$.

3. Калькулятордан яки таблицалардан файдаланып, санлы аңлатманың якынча кыйммәтен табыгыз:

а) $\sqrt[3]{27{,}31}$; б) $\sqrt[4]{7} + \sqrt[3]{7}$.

4. $\sqrt{\sqrt[7]{13}}$ һәм $\sqrt[3]{\sqrt{2}}$ саннарын чагыштырыгыз.

М — 11

1. b ның нинди кыйммәтләре өчен $\sqrt[5]{b^5} \le \sqrt[6]{b^6}$ тигезсезлеге дөрес?

2. Тигезләмәне чишегез:

а) $\frac{1}{\sqrt[4]{x+1}} + \frac{2}{\sqrt[4]{x+3}} = 1$; б) $\sqrt[3]{x} + 3\sqrt[6]{x} = 18$.

3. Аңлатманы гадиләштерегез:

а) $\sqrt{3-2\sqrt{2}} + \sqrt{3+2\sqrt{2}}$; б) $\sqrt{\left(\sqrt{a}+\sqrt{b}\right)^2 - 4\sqrt{ab}}$.

М — 12

1. $x - 1 = \sqrt{2x^2 - 3x - 5}$ тигезләмәсен чишегез.

2. Тигезләмәләр системасын чишегез:

$$\begin{cases} \sqrt[3]{x} + \sqrt[3]{y} = 3, \\ x + y = 9. \end{cases}$$

М — 13

1. Аңлатманы гадиләштерегез һәм анын кыйммәтен исәпләгез:

а) $\left(12^{-\frac{1}{3}} \cdot 18^{-\frac{4}{3}} \cdot 6^{3,5}\right)^2 - 3^{\frac{1}{4}} \cdot 9^{\frac{3}{8}}$;

б) $\left(a^3 \sqrt[3]{a}\right)^{\frac{1}{5}} \left(a^2 \sqrt[3]{a}\right)^{\frac{1}{7}}$, биредә $a = 3$.

2. Үзгәрешләренең нинди кыйммәтләре өчен тигезлек дөрес:

а) $\left(a^{\frac{1}{7}}\right)^7 = -|a|$; б) $\left(a^6\right)^{\frac{1}{6}} = a$?

3. Аңлатманы гадиләштерегез:

$$\left(\frac{x^{\frac{1}{2}} - y^{\frac{1}{2}}}{xy^{\frac{1}{2}} + x^{\frac{1}{2}}y} + \frac{x^{\frac{1}{2}} + y^{\frac{1}{2}}}{xy^{\frac{1}{2}} - x^{\frac{1}{2}}y}\right) \frac{x-y}{2\sqrt{xy}}.$$

M — 14

1. $y = 0{,}5^{-x}$ функциясе графигын схематик рәвештә сурәтләгез.

2. Саннарны чагыштырыгыз:

а) $\left(\frac{1}{7}\right)^{\sqrt{7}}$ һәм $7^{-2{,}75}$; б) $\left(\left(\sqrt{5}\right)^{\sqrt{5}}\right)^{\sqrt{5}}$ һәм $5^{2{,}5}$.

3. $y = \sqrt{3 - \left(\frac{1}{3}\right)^x}$ функциясенең билгеләнү һәм кыйммәтләре өлкәләрен табыгыз.

M — 15

1. Тигезләмәне чишегез:

а) $0{,}2^{3-2x} + 3 \cdot 0{,}04^{2-x} = 8$; б) $3^{\frac{6x-3}{x}} = \sqrt[4]{27^{2x-1}}$.

2. Тигезсезлекне чишегез:

а) $27^{\frac{1}{\sqrt{x}}+2} > \left(\frac{1}{81}\right)^{-\frac{1}{2}}$; б) $2^{2x+1} + 25^{x+0{,}5} \geq 7 \cdot 10^x$.

M — 16

1. Тигезләмәне чишегез:

а) $4 \cdot 9^{1{,}5x-1} - 27^{x-1} = 33$; б) $2^{\sin^2 x} + 5 \cdot 2^{\cos^2 x} = 7$.

2. Тигезсезлекне чишегез: $7{,}3^{\frac{x^2+2x-15}{x-4}} > 1$.

M — 17

1. 5 нигезе буенча аңлатманы логарифмлагыз:

$$\frac{0{,}04\sqrt{b\sqrt{b\sqrt{b}}}}{\left(a\sqrt[3]{a}\right)^{\frac{3}{4}}}.$$

2. $\log_{60} 2 = a$, $\log_{60} 5 = b$ икәне билгеле. $\log_{60} 27$ табыгыз.

3. Санлы аңлатманың кыйммәтен табыгыз:

а) $\log_{\sqrt{2}} 54 - \log_4 9^6$; б) $2^{\log_3 11} - 11^{\log_3 2}$.

М — 18

1. Санның тамгасын билгеләгез:

а) $\log_{\sqrt{2}} 3 - 3$; б) $\log_2 3 + \log_2 0{,}09$.

2. $g(x) = \frac{1}{\log_{0,5}(x+2)} + \sqrt{3 - x}$ функциясенең билгеләнү өлкәсен табыгыз.

3. $y = \lg \frac{1}{x}$ функциясенең графигын схематик рәвештә сурәтләгез.

М — 19

1. Тигезләмәне чишегез:

а) $3 \cdot 2^{x+1} - 6 \cdot 2^{x-1} = 12$; б) $x^{\lg x} = 1000x^2$.

2. Тигезләмәне чишегез:

а) $2^{\frac{4}{x}} < 8^{\frac{1}{x}+\frac{1}{9}}$; б) $\log_3(x+1) < \log_{\frac{1}{3}} \frac{1}{2x+5}$.

М — 20

1. Тигезләмәне чишегез:

а) $\lg^2 x^2 + \lg x^2 = 6$; б) $5 - 2\lg x = 3\sqrt{\lg x}$.

2. Тигезсезлекне чишегез:

а) $\log_3\left(x^2 + 5\right) > \log_3(x+7)$; б) $9^x - 8 \cdot 3^x + 15 < 0$.

М — 21

Тигезләмәләр системасын чишегез:

а) $\begin{cases} \log_2 x + \log_2 y = 2 + \log_2 5, \\ \log_{0,5}(x - y) = 0; \end{cases}$ б) $\begin{cases} 3^x \cdot 2^y = 972, \\ \log_{\sqrt{3}}(x - y) = 2. \end{cases}$

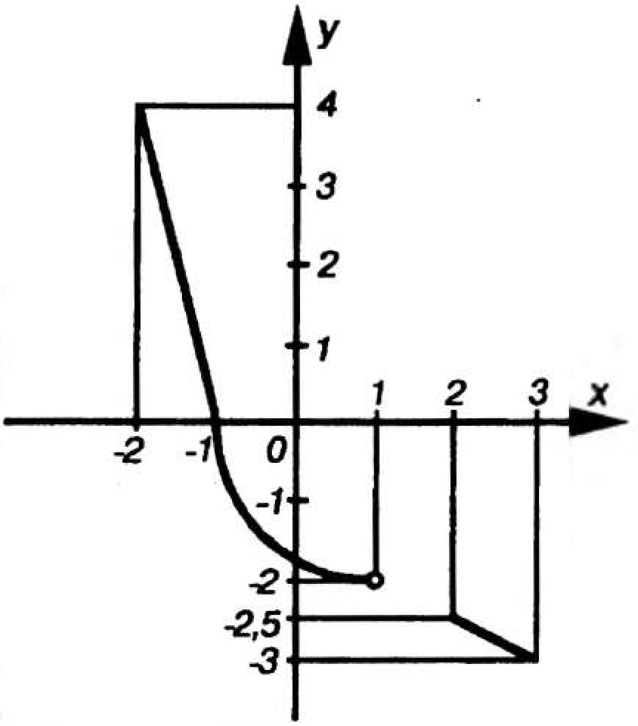
М — 22

1. f функциясенә кире g функциясен билгеләүче формуланы чыгарыгыз. g функциясенең билгеләнү һәм кыйммәтләре өлкәләрен табыгыз.

а) $f(x) = 1 - 8x^3$;

б) $f(x) = \left(\sqrt{2 + x^2}\right)^{-3}$, $x \leq 0$.

f функциясенең бирелгән графигы буенча -2; -1; 3 нокталарында аңа кире g функциясенең кыйммәтләрен табыгыз (10нчы рәсем). g функциясенең графигын төзегез. Аның билгеләнү һәм кыйммәтләре өлкәләрен табыгыз.



Рәс. 10

М — 23

1. f функциясенең чыгарылмасын табыгыз:

а) $f(x) = e^{4-7x}$; б) $f(x) = 4^{2-3x}$.

2. $f(x) = e^x + e^{-x}$ функциясе графигына горизонталь орынма тигезләмәсен языгыз.

3. $f(x) = e^{x^4 - 2x^2}$ функциясенең максимум һәм минимум нокталарын табыгыз.

4. Түбәндәге сызыклар белән чикләнгән фигураның мәйданын исәпләп чыгарыгыз:

$$y = -e^{2x} + (e+1)\,e^{x+1} - e^3, \quad y = 0.$$

М — 24

1. f функциясенең чыгарылмасын табыгыз:

а) $f(x)=\ln\left(x^4-3x^3+x\right)$; б) $f(x)=\log_{\sqrt{3}}\sqrt[4]{4-0{,}1x}$.

2. Түбәндәге сызыклар белән чикләнгән фигураның мәйданын исәпләп чыгарыгыз:

$$y=\frac{5}{x},\ x^2-6x+5=0,\ y=0.$$

3. $f(x)=\log_2^4 x-2\log_2^2 x+2$ функциясенең максимум һәм минимум нокталарын табыгыз.

М — 25

1. $f(x)=(x-1)x^{\sqrt{2}}$ функциясенең үсү һәм кимү аралыкларын табыгыз.

2. Калькулятор ярдәмендә $\sqrt[5]{32{,}15}-\sqrt[5]{31{,}75}$ аңлатмасының якынча кыйммәтен (0,001 гә кадәр төгәллектә) исәпләгез.

3. $f(x)=x^{\sqrt{3}}+x^{-\sqrt{3}}$ функциясе өчен башлангыч функцияне табыгыз.

М — 26

1. $f(x)=e^{-3x}$ функциясе $f'(x)=3f(x)$ дифференциаль тигезләмәсен канәгатьләндерәме?

2. $f(3)=9$ булырлык итеп, $f'(x)=\ln 9\, f(x)$ дифференциаль тигезләмәсенең чишелешен табыгыз.

3. $y(0)=1$, $y'(0)=-2\sqrt{3}$ шартларын канәгатьләндерүче $y''=-4y$ дифференциаль тигезләмәсенең чишелешен табыгыз. Бу тирбәнешнең амплитудасын, циклик ешлыгын һәм башлангыч фазасын күрсәтегез.

Вариант 9

М — 1

1. $F(x) = x\,|x|$ функциясенең $f(x) = 2\,|x|$ функциясе өчен $(-\infty;\ \infty)$ аралыгында башлангыч функция икәнен исбатлагыз.

2. I аралыгында F функциясе f функциясе өчен башлангыч функция була аламы:

а) $F(x) = \sqrt{4x^7 - 1} + 5,\ f(x) = \frac{14x^6}{\sqrt{4x^7-1}},\ I = (3;\ 4);$

б) $F(x) = \frac{2}{x^3-3},\ f(x) = -\frac{6x^2}{(x^3-3)^2},\ I = (1;\ 2)?$

М — 2

1. $f(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2-1}}$ функциясе өчен графигы $M\left(\sqrt{2};\ 2\right)$ ноктасы аша үтүче башлангыч функцияне табыгыз. Бу графикны сызыгыз.

2. f функциясе өчен башлангыч функцияләрнең гомуми күренешен табыгыз:

а) $f(x) = \cos^2 x;$ б) $f(x) = \frac{x}{(x^2+1)^2}.$

М — 3

g функциясе өчен башлангыч функцияне табыгыз:

а) $g(x) = \frac{2}{\cos^2(x-1)} - 3\sin(4 - 3x) + 1;$

б) $g(x) = x\sin x + \sqrt{2x - 1}$, биредә $f(x) = x\cos x$ функциясе чыгарылмасы формуласын кулланыгыз.

М — 4

Түбәндәге сызыклар белән чикләнгән фигураның мәйданын исәпләп чыгарыгыз:

а) $y = 0$ һәм $y = \begin{cases} 2\cos x, & \text{биредә } -\frac{\pi}{2} \le x \le 0, \\ -x + 2, & \text{биредә } 0 < x \le 2; \end{cases}$

б) $y = \sqrt{|x|}$, $y = 0$, $x = -4$, $x = 1$.

М — 5

1. Исәпләгез:

а) $\int\limits_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}} \left(\cos^2\left(x + \frac{\pi}{3}\right) - \sin^2\left(x + \frac{\pi}{3}\right)\right) dx$; б) $\int\limits_{-1}^{4} \left(1 + \frac{x}{2}\right)^8$.

2. A ның нинди кыйммәтләре өчен $\left| \int\limits_{1}^{A} \frac{dx}{x^2} - 1 \right|$ аңлатмасы 0,1 дән, 0,001 дән кечерәк?

М — 6

1. Түбәндәге сызыклар белән чикләнгән фигураның мәйданын исәпләп чыгарыгыз:

$$y = \frac{4}{x^2},\ x = 1,\ y = x - 1.$$

2. Геометрик фикерләүләрдән чыгып, интегралны исәпләгез:

$$\int\limits_{-2}^{2} \left(3 + \sqrt{4 - x^2}\right) dx.$$

М — 7

5 кг массалы материаль нокта туры сызык буенча хәрәкәт итә. Вакытның t моментында аңа тәэсир итүче көч $6t - \frac{2}{t^2}$ ка тигез. Әгәр $t = 1$ булганда аның тизлеге 3 м/с булса, 2 секундтан алып 5 секундка кадәр аралыкта нcorrectоктаның үткән юлын табыгыз. (Көч — ньютоннар, t секундлар белән үлчәнә.)

М — 8

1. $y = \frac{x^2}{2}$ параболасы $x^2 + y^2 \leq 8$ түгәрәк мәйданын нинди чагыштырмада бүлә?

2. Исәпләгез: $\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^4 x \, dx$.

М — 9

1. Нигез яклары a һәм b булган турыпочмаклык, өске кабыргасы c, ә биеклеге h ка тигез булган чорманың күләмен табыгыз.

2. Массасы m кг, радиусы R м булган бериш цилиндр 1 м/с тизлек белән яссылык буенча ышкылусыз тәгәри. Анын кинетик энергиясен табыгыз.

М — 10

1. $\frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}+1} = \sqrt{\frac{9-5\sqrt{3}}{9+5\sqrt{3}}}$ тигезлеге дөресме?

2. Катлаулы радикал формуласын исбатлагыз:

$$\sqrt{a+\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a+\sqrt{a^2-b}}{2}} + \sqrt{\frac{a-\sqrt{a^2-b}}{2}}.$$

3. $\frac{a-b}{\sqrt[4]{a}-\sqrt[4]{b}}$ вакланмасын кыскартыгыз.

4. Саннарның кайсы зуррак: $\sqrt[3]{1990} + \sqrt[3]{1992}$ мы яки $2\sqrt[3]{1991}$ мы?

M – 11

1. Санлы аңлатманың кыйммәтен табыгыз:

$$\sqrt{2+\sqrt{3}}\cdot\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{3}}}\cdot\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{3}}}}\cdot\sqrt{2-\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{3}}}}.$$

2. Тигезләмәне чишегез:

а) $x-1=7\left(\sqrt[3]{x}-1\right)$;

б) $\sqrt[3]{(x+1)^2}-2\sqrt[3]{x^2-1}=3\sqrt[3]{(x-1)^2}$.

3. Аңлатманы гадиләштерегез:

а) $\left(\dfrac{\sqrt[4]{a^3}-\sqrt[4]{b^3}}{\sqrt{a}-\sqrt{b}}-\sqrt[4]{a}-\sqrt[4]{b}\right)\left(\sqrt[4]{\dfrac{a}{b}}+1\right)$;

б) $\sqrt{a^2+a\sqrt{8}+2}+\sqrt{a^2-a\sqrt{8}+2}$.

M – 12

1. $\sqrt[3]{10-x}-\sqrt[3]{3-x}=1$ тигезләмәсен чишегез.

2. $\begin{cases} x\sqrt{x}+3y\sqrt{x}=36, \\ y\sqrt{y}+3x\sqrt{y}=28 \end{cases}$ тигезләмәләр системасын чишегез.

M – 13

1. Санлы аңлатманың кыйммәтен табыгыз:

$$\left(\frac{2^{\frac{1}{2}}\cdot 3^{\frac{1}{3}}+2^{\frac{1}{3}}\cdot 3^{\frac{1}{2}}}{2^{\frac{1}{6}}+3^{\frac{1}{6}}}\right)^3+\left(\frac{2^{\frac{1}{2}}\cdot 3^{\frac{1}{3}}-2^{\frac{1}{3}}\cdot 3^{\frac{1}{2}}}{2^{\frac{1}{6}}-3^{\frac{1}{6}}}\right)^3.$$

2. Аңлатманы гадиләштерегез:

$\left(\dfrac{(x^2+a^2)^{-\frac{1}{2}}+(x^2-a^2)^{-\frac{1}{2}}}{(x^2+a^2)^{-\frac{1}{2}}-(x^2-a^2)^{-\frac{1}{2}}}\right)^{-2}$, биредә $x=a\left(\dfrac{m^2+n^2}{2mn}\right)^{\frac{1}{2}}$, $a>0$, $0<m<n$.

М — 14

1. $y = \lg \lg 10^{x+1}$ функциясенең графигын схематик рәвештә сурәтләгез.

2. $\left(7-4\sqrt{3}\right)^{3,8}$ һәм $\left(7+4\sqrt{3}\right)^{-3,5}$ саннарын чагыштырыгыз.

3. $y = \sqrt{2^{2x} - 2^{x+3} + 15}$ функциясенең билгеләнү һәм кыйммәтләре өлкәләрен табыгыз.

М — 15

1. Тигезләмәне чишегез:

а) $2^{x^2-1} = \left(\frac{1}{2}\right)^{1-x}$; б) $9^x - 2^{x+\frac{1}{2}} = 2^{x+\frac{7}{2}} - 3^{2x-1}$.

2. Тигезсезлекне чишегез:

а) $2,5^{\frac{x^2-9x+14}{x-3}} > 1$; б) $x^2 \cdot 2^x + 1 > x^2 + 2^x$.

М — 16

1. Тигезләмәне чишегез:

а) $4^{x+\frac{1}{2}} + \frac{2}{4^x} + 14 = 9\left(2^x + \frac{1}{2^x}\right)$;

б) $\left(\sqrt{5+2\sqrt{6}}\right)^x + \left(\sqrt{5-2\sqrt{6}}\right)^x = 10$.

2. $3^{\sin x} > \left(\frac{1}{3}\right)^{|\cos x|}$ тигезсезлеген чишегез.

М — 17

1. $\lg 2 = a$; $\log_2 7 = b$ икәне билгеле. $\lg 56$ табыгыз.

2. Аңлатманы гадиләштерегез:

$$\left(x^{1+\frac{1}{2\log_4 x}} + 8^{\frac{1}{3\log_{x^2} 2}} + 1\right)^{\frac{1}{2}}.$$

3. Саннарның кайсы зуррак: $\log_2 3$ мы яки $\log_3 5$ мы?

М — 18

1. $y = \left|\,\left|\ln x - 1\right| - 1\right|$ функциясенең графигын схематик рәвештә сурәтләгез.

2. $\lg \operatorname{tg} 1^\circ + \lg \operatorname{tg} 2^\circ + \ldots + \lg \operatorname{tg} 88^\circ + \lg \operatorname{tg} 89^\circ$ суммасын исәпләгез.

3. $y = \sqrt{\lg^2 x - 4 \lg x + 3}$ функциясенең билгеләнү өлкәсен табыгыз.

М — 19

1. Тигезләмәне чишегез:

а) $\log_x(x+2) = 2$; б) $\log_{\frac{1}{3}} x = x - 4$.

2. Тигезсезлекне чишегез:

а) $\lg(x-1) + \lg(x-3) < \lg\left(\frac{3}{2}x - 3\right)$;

б) $2^{\sqrt{1-x}} - x \lg x > 0$.

М — 20

1. Тигезләмәне чишегез:

а) $\log_{x+1}(x-0{,}5) = \log_{x-0{,}5}(x+1)$;

б) $\left|\frac{1}{3} - \log_{\frac{1}{4}} x\right| + \frac{1}{3} = \left|\frac{2}{3} - \log_{\frac{1}{4}} x\right|$.

2. Тигезсезлекне чишегез:

а) $\log_2^2 x + \log_2 x^2 \le -1$; б) $\sqrt{\log_x \sqrt{5x}} < -\log_x 5$.

М — 21

Тигезләмәләр системасын чишегез:

а) $\begin{cases} x^2 = 1 + 6\log_4 y, \\ y^2 = y \cdot 2^x + 2^{2x+1}; \end{cases}$ б) $\begin{cases} \left(2^x + 1\right) 2^{y+1} = 9, \\ \sqrt{x + y^2} = x + y. \end{cases}$

M — 22

1. y функциясе барлык санлы турыда кайтма була аламы:

а) $y = x^2 - 3$; б) $y = 2x^3 - 5x + 3$;

в) $y = x^3 + 4x$; г) $y = \sqrt[5]{x}$?

2. [1; 3] кисемтәсендә кайтма булган функциянең 2 ноктасында максимумы була аламы? Җавапны нигезләгез.

M — 23

1. $f(x) = x e^{x^2 - 3x}$ функциясенең экстремум нокталарын табыгыз.

2. $y = 3^{\log_3(x^2 - 4x + 1)}$ функциясенең графигын төзегез.

3. Саннарның кайсы зуррак: $2^{\sqrt{3}}$ ме яки $3^{\sqrt{2}}$ ме?

4. $f(x) = (2x - 1)\, 2^{x^2 - x}$ функциясе өчен башлангыч функцияне табыгыз.

M — 24

1. f функциясенең чыгарылмасын табыгыз:

а) $f(x) = \log_3^2(x^3 + \cos x)$; б) $f(x) = \ln \sin \frac{x}{2}$.

2. $\int_0^3 \frac{2x}{x^2+1} dx$ ны исәпләгез.

3. $f(x) = 1{,}5 \ln^2 x - \ln^3 x$ функциясенең үсү һәм кимү аралыкларын табыгыз.

M — 25

1. $y = x^x$ функциясенең чыгарылмасын табыгыз.

2. $\sqrt[4]{16{,}08} - \sqrt[5]{32{,}60}$ аермасының якынча кыйммәтен табыгыз.

3. $y = (x^2 - 2x + 1)\, x^{\sqrt{2}}$ функциясенең үсү һәм кимү аралыкларын табыгыз.

М — 26

1. Радиоактив матдәнең ярымтаркалу периоды 3 сәгатькә тигез. Күпме вакыттан соң 8 кг шундый радиоактив матдәдән 0,25 кг матдә калыр?

2. $3y^2y' = y^3$ дифференциаль тигезләмәсенең чишелешен языгыз.

3. $y(0) = \frac{3}{2}$; $y'(0) = \frac{\sqrt{3}}{4}$ шартларын канәгатьләндерүче $y'' = -0{,}25\,y$ дифференциаль тигезләмәсенең чишелешен табыгыз.

М — 1

1. $(-\infty;\ \infty)$ аралыгында $F(x) = x^3|x|$ функциясенең $f(x) = 4x^2|x|$ функциясе өчен башлангыч функция икәнен исбатлагыз.

2. I аралыгында F функциясе f функциясе өчен башлангыч функция була аламы:

а) $F(x) = \sqrt{4x^5 - 3x^2} + 7$, $f(x) = \frac{10x^4 - 3x}{\sqrt{4x^5 - 3x^2}}$, $I = (1;\ 2)$;

б) $F(x) = \frac{1}{(x^3+3)^2}$, $f(x) = \frac{-6x^2}{(x^3+3)^3}$, $I = (-2;\ -1)$?

М — 2

1. $f(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2+1}}$ функциясе өчен графигы $M(\sqrt{3};\ 3)$ ноктасы аша үтә торган башлангыч функцияне табыгыз. Бу графикны төзегез.

2. f функциясе өчен башлангыч функцияләрнең гомуми күренешен языгыз:

а) $f(x) = \sin^2 x$; б) $f(x) = \frac{3x^2}{2\sqrt{x^3+1}}$.

М — 3

Функция өчен башлангыч функцияне табыгыз:

а) $f(x) = \frac{2}{\sin^2(x+1)} + 3\cos(3 - 4x) + 1$;

б) $g(x) = x\cos x - \sqrt{1+2x}$, $f(x) = x\sin x$ функциясе чыгарылмасын табу формуласын кулланыгыз.

М – 4

Түбәндәге сызыклар белән чикләнгән фигураның мәйданын исәпләп чыгарыгыз:

а) $y = 0$ һәм $y = \begin{cases} x + 2, \text{ бирегә } -2 \le x \le 0, \\ 2\cos x, \text{ бирегә } 0 < x \le \frac{\pi}{2}; \end{cases}$

б) $y = \sqrt{|x|}$, $x = -9$, $x = 4$, $y = 0$.

М – 5

1. Исәпләгез:

а) $\int\limits_{\frac{\pi}{8}}^{\frac{3\pi}{8}} 12 \sin\left(\frac{\pi}{8} - x\right) \cos\left(\frac{\pi}{8} - x\right) dx$;   б) $\int\limits_{2}^{3} \frac{6x^2 dx}{(2x^3 - 1)^2}$.

2. A ның нинди кыйммәтләре өчен $\left| \int\limits_{-A}^{-1} \frac{dx}{x^2} - 1 \right|$ аңлатмасы 0,1 дән, 0,001 дән, ε нән кечерәк?

М – 6

1. $y = \frac{9}{x^2}$, $y = x - 2$, $x = 2$ сызыклары белән чикләнгән фигураның мәйданын табыгыз.

2. Геометрик фикерләүләрдән чыгып, интегралны исәпләгез:

$$\int\limits_{-3}^{3} \left(3 - \sqrt{9 - x^2}\right) dx.$$

М — 7

1 кг массалы материаль нокта туры сызык буенча хәрәкәт итә. Вакытның t моментында аңа тәэсир итүче көч $6t - \frac{4}{t^3}$ тигез. Әгәр $t = 2$ булганда аның тизлеге 2 м/с булса, 3 секундтан алып 8 секундка кадәр аралыкта ноктаның үткән юлын табыгыз. (Көч — ньютоннар, вакыт секундлар белән үлчәнә.)

М — 8

1. $y^2 = x$ параболасы $x^2 + y^2 \leq 2$ түгәрәк мәйданын нинди чагыштырмада бүлә?

2. Исәпләгез: $\int\limits_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{2}} \cos^4\left(x - \frac{\pi}{12}\right) dx$.

М — 9

1. Параллель нигезләре яклары A, B һәм a, b булган турыпочмаклыклар, ян кырлары дүртпочмаклар, ә биеклеге h булган күпкырлыкның күләмен табыгыз.

2. r радиуслы ярымшар формасындагы аквариум су белән тутырылган. Суның аквариум стеналарына булган басым көчен табыгыз.

М — 10

1. $\frac{1+\sqrt{3}}{2\sqrt[3]{2}} = \frac{2+\sqrt{3}}{\sqrt[3]{20+12\sqrt{3}}}$ тигезлеге дөресме?

2. Катлаулы радикал формуласын исбатлагыз:

$$\sqrt{a - \sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a+\sqrt{a^2-b}}{2}} - \sqrt{\frac{a-\sqrt{a^2-b}}{2}}.$$

3. $\frac{a-b}{\sqrt[6]{a}+\sqrt[6]{b}}$ вакланмасын кыскартыгыз.

4. Саннарның кайсы зуррак:

$\sqrt[3]{9999} + \sqrt[3]{10\,001}$ мы яки $2\sqrt[3]{10\,000}$ мы?

М — 11

1. Санлы аңлатманың кыйммәтен табыгыз:

$$\sqrt{33+\sqrt{8}}\cdot\sqrt{6+\sqrt{3+\sqrt{8}}}\cdot\sqrt{3+\sqrt{3+\sqrt{3+\sqrt{8}}}}\cdot\sqrt{3-\sqrt{3+\sqrt{3+\sqrt{8}}}}\,.$$

2. Тигезләмәне чишегез:

а) $x+1=3\sqrt[3]{x+3}$; б) $\sqrt[3]{(1+x)^2}+2\sqrt[3]{(1-x)^2}=3\sqrt[3]{1-x^2}$.

3. Аңлатманы гадиләштерегез:

а) $\dfrac{a-b}{\sqrt[4]{a^3}-\sqrt[4]{a^2b}+\sqrt[4]{ab^2}-\sqrt[4]{b^3}}:\left(\dfrac{1}{\sqrt[4]{a}}+\dfrac{1}{\sqrt[4]{b}}\right)$;

б) $\sqrt{x+2\sqrt{x-1}}+\sqrt{x-2\sqrt{x-1}}$.

М — 12

1. $\sqrt[3]{9-x}+\sqrt[3]{7+x}=4$ тигезләмәсен чишегез.

2. Тигезләмәләр системасын чишегез:

$$\begin{cases} x^2+x\sqrt[3]{xy^2}=80, \\ y^2+y\sqrt[3]{yx^2}=5. \end{cases}$$

М — 13

1. Санлы аңлатманың кыйммәтен табыгыз:

$$\left(\frac{5^{\frac{1}{2}}\cdot 2^{\frac{1}{3}}+5^{\frac{1}{3}}\cdot 2^{\frac{1}{2}}}{2^{\frac{1}{6}}+5^{\frac{1}{6}}}\right)^3+\left(\frac{5^{\frac{1}{2}}\cdot 2^{\frac{1}{3}}-5^{\frac{1}{3}}\cdot 2^{\frac{1}{2}}}{5^{\frac{1}{6}}-2^{\frac{1}{6}}}\right)^3.$$

2. Аңлатманы гадиләштерегез:

$$\left(\frac{(a+x)^{-0,5}(b+x)^{-0,5}+(a-x)^{-0,5}(x-b)^{-0,5}}{(a+x)^{-0,5}(b+x)^{-0,5}-(a-x)^{-0,5}(x-b)^{-0,5}}\right)^{-2},$$

биредә $x=\sqrt{ab}$, $0<b<a$.

М — 14

1. $y = \log_2 \log_2 4^{1-x}$ функциясе графигын схематик рәвештә сурәтләгез.

2. $\left(5-2\sqrt{6}\right)^{3,3}$ һәм $\left(5+2\sqrt{6}\right)^{-3,1}$ саннарын чагыштырыгыз.

3. $y = \sqrt{3^{2x} - 3^{x+2} + 20}$ функциясенең билгеләнү һәм кыйммәтләре өлкәләрен табыгыз.

М — 15

1. Тигезләмәне чишегез:

а) $3^{x^3+1} = \left(\frac{1}{3}\right)^{1+x}$; б) $4^x - 3^{x+\frac{1}{2}} = 3^{x+\frac{1}{2}} - 7 \cdot 2^{2x-1}$.

2. Тигезсезлекне чишегез:

а) $8{,}6^{\frac{x^2+3x-10}{x-3}} \le 1$; б) $x^2 \cdot 3^x + 9 > x^2 + 9 \cdot 3^x$.

М — 16

1. Тигезләмәне чишегез:

а) $9^{x+\frac{1}{2}} + \frac{3}{9^x} + 26 = 16\left(3^x + 3^{-x}\right)$;

б) $\left(\sqrt{7+\sqrt{48}}\right)^x + \left(\sqrt{7-\sqrt{48}}\right)^x = 14$.

2. Тигезсезлекне чишегез:

$$2^{\operatorname{tg} x} > \left(\frac{1}{2}\right)^{-\operatorname{ctg} x}.$$

M — 17

1. $\lg 5 = a$, $\lg 3 = b$ икәне билгеле. $\log_{30} 8$ табыгыз.

2. Аңлатманы гадиләштерегез:

$$\sqrt[3]{\log_2 2x^2 + \log_2 x \cdot x^{\log_x(\log_2 x + 1)} + \frac{1}{2}\log_4^2 x^4 + 2^{-3\log_{0,5}\log_2 x}}$$

3. Саннарның кайсы зуррак: $\log_3 5$ мы яки $\sqrt{2}$ ме?

M — 18

1. $y = \left|\left|\ln x - 2\right| - 1\right|$ функциясе графигын схематик рәвештә сурәтләгез.

2. Исәпләгез: $\lg \operatorname{tg} 1^\circ \cdot \lg \operatorname{tg} 2^\circ \cdot \ldots \cdot \lg \operatorname{tg} 88^\circ \cdot \lg \operatorname{tg} 89^\circ$.

3. $y = \sqrt{\lg^2 x + 5\lg x + 4}$ фунциясенең билгеләнү өлкәсен табыгыз.

M — 19

1. Тигезләмәне чишегез:

а) $\log_x(x+6) = 2$; б) $\sqrt{\log_x \sqrt{5x}} = -\log_x 5$.

2. Тигезсезлекне чишегез:

а) $\lg(2x-1) + \lg(2x-3) > \lg(3x-3)$;

б) $2^{\sqrt{10-x}} - (x-9)\lg(x-9) < 0$.

М — 20

1. Тигезләмәне чишегез:

а) $0{,}5\lg(8-x)=\lg\left(1+\sqrt{x+5}\right)$;

б) $\left|1-\log_{\frac{1}{9}}x\right|+1=\left|2-\log_{\frac{1}{3}}x\right|$.

2. Тигезсезлекне чишегез:

а) $\log_4^2 x+\log_4\sqrt{x}>1{,}5$; б) $\log_x 2x\le\sqrt{\log_x\left(2x^3\right)}$.

М — 21

Тигезләмәләр системасын чишегез:

а) $\begin{cases}x^{y^2-15y+56}=1,\\ y-x=5;\end{cases}$ б) $\begin{cases}x^2-y\sqrt{xy}=36,\\ y^2-x\sqrt{xy}=72.\end{cases}$

М — 22

1. Барлык санлы турыда y функциясе кайтмамы:

а) $y=x^2+1$; б) $y=x^3-31x+2$;

в) $y=x^3+7x$; г) $y=\sqrt[3]{x}$?

2. $[-1;\ 1]$ кисемтәсендә кайтма функциянең 0 ноктасында минимумы булуы мөмкинме?

М — 23

1. $f(x)=x\left(\frac{1}{e}\right)^{x^2-x}$ функциясенең максимум нокталарын табыгыз.

2. $y=10^{\lg|x+1|-2}$ функциясенең графигын төзегез.

3. Саннарның кайсы зуррак: π^e ме яки e^π ме?

4. $f(x)=\left(3x^2+1\right)\cdot 4^{x^3+x}$ функциясе өчен башлангыч функцияне табыгыз.

М — 24

1. f функциясенең чыгарылмасын табыгыз:

а) $f(x) = \log_2^2(x^2 - \sin x)$; б) $f(x) = \ln\cos\frac{x}{2}$.

2. Исәпләгез: $\int\limits_2^3 \frac{3x^2}{x^3-1}dx$.

3. $y = 1{,}5\lg^2 x + \lg^3 x$ функциясенең үсү һәм кимү аралыкларын табыгыз.

М — 25

1. $y = \left(\sqrt{x}\right)^{2x}$ функциясенең чыгарылмасын табыгыз.

2. $\sqrt[5]{32{,}20} - \sqrt[4]{15{,}88}$ аермасын якынча исәпләгез.

3. $y = \left(x^2 - 4x + 4\right)x^{\sqrt{3}}$ функциясенең үсү һәм кимү аралыкларын табыгыз.

М — 26

1. Радиоактив матдәнең ярымтаркалу периоды 2,5 сәгать. Күпме вакыттан соң 4 кг бу матдәдән 0,5 кг калыр?

2. $2yy' = y^2$ дифференциаль тигезләмәнең чишелешләрен языгыз.

3. $y(0) = -2$, $y'(0) = -6$ шартларын канәгатьләндерүче $y'' = -3y$ дифференциаль тигезләмәнең чишелешен табыгыз.

КАБАТЛАУ ӨЧЕН МӨСТӘКЫ

Вариант 1

КМ — 1

1. $\frac{7-4\sqrt{3}}{7+4\sqrt{3}}+\frac{7+4\sqrt{3}}{7-4\sqrt{3}}$ аңлатмасын исәпләгез.

2. План буенча эшләргә тиеш детальләр саны эшләнгән детальләр санының 80% ы кадәр булса, эшче планны ничә процентка арттырып үтәгән?

КМ — 2

1. Поездның тизлеге 70 тән 85 км/сәг кә кадәр артты. Бер үк юлны үтү өчен поезд сарыф иткән вакыт ничә процентка кимеде?

2. $y = 2x - 1$ турысына параллель һәм M (5; 1) ноктасы аша үтүче туры тигезләмәсен языгыз.

КМ — 3

1. Аңлатманы гадиләштерегез:

$$\frac{a^2-ac^2+2c^2-4}{a^2+2a+2c^2-c^4}-\frac{a^2-4a+4}{a^2+ac^2-2a-2c^2}.$$

2. Тигезләмәне чишегез:

$$\frac{x}{x-3}+\frac{4}{x+3}=\frac{18}{x^2-9}.$$

КМ — 4

1. $y = 2x^2 - 3x + 1$ функциясе өчен $y \geq 0$, $y < 0$ булырлык y үзгәрешлесенең кыйммәтләр күплеген табыгыз.

2. $x^2 - 7x + 10$ квадрат өчбуынын тапкырлаучыларга таркатыгыз (әгәр мөмкин булса).

3. Тамырлары $-0{,}2$ һәм -5 саннары булган квадрат тигезләмә языгыз.

КМ — 5

1. Беренче буыны 3,4 һәм аермасы 0,9 булган арифметик прогрессиянең n нчы буын формуласын языгыз һәм беренче 15 буыны суммасын табыгыз.

2. Беренче буыны 3,5 һәм тапкырлыгы $-\frac{2}{3}$ булган чиксез геометрик прогрессиянең суммасын табыгыз.

3. 2,3 (45) чиксез унарлы вакланмасын гади вакланма рәвешендә күрсәтегез.

КМ — 6

1. Аңлатманы гадиләштерегез:

а) $\frac{\cos 2\alpha + 1 - \cos^2\alpha}{\cos\left(\frac{\pi}{2} + 2\alpha\right)}$, $\alpha = -\frac{3\pi}{4}$ булганда, аның кыйммәтен табыгыз.

б) $-\frac{\sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right)\cos(\pi - \alpha)}{\cos^2(\pi - \alpha)\,\mathrm{tg}\left(\frac{3\pi}{2} + \alpha\right)}$.

2. Бердәйлекне исбатлагыз:

а) $\frac{2\sin 2\alpha - \sin 4\alpha}{\sin 4\alpha + 2\sin 2\alpha} = \mathrm{tg}^2\alpha$; б) $\frac{\sin\alpha}{1+\cos\alpha} + \frac{\sin\alpha}{1-\cos\alpha} = \frac{2}{\sin\alpha}$.

КМ — 7

1. Тигезләмәне чишегез:

а) $\cos 5x = \cos 3x$; б) $\mathrm{tg}^2 x - 3\mathrm{tg}x + 2 = 0$.

2. Тигезсезлекне чишегез:

а) $\sin 2x > -\frac{\sqrt{3}}{2}$; б) $\mathrm{tg}\left(x - \frac{\pi}{4}\right) > 1$

КМ — 8

1. Функциянең билгеләнү өлкәсен табыгыз:

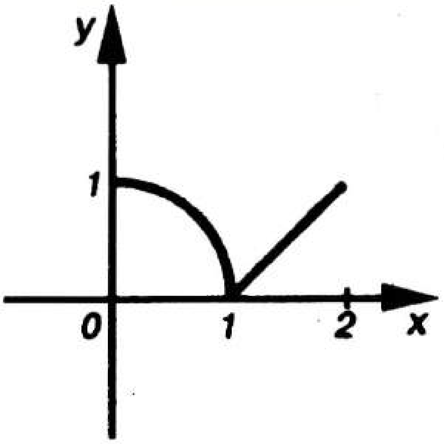
а) $f(x) = \sqrt{5-x} + \log_2 x$; б) $y = \sqrt{\sin x}$.

2. f функциясе җөпме яки такмы, тикшерегез:

а) $f(x) = x^5 - x$;

б) $f(x) = \cos x + \cos 2x$;

в) $f(x) = \operatorname{tg}(x-1)$.



Рәс. 11

3. 11 нче рәсемдә $[0;\ 2]$ кисемтәсендә f функциясенең графигы сурәтләнгән. f функциясенең периоды 2 гә тигез икәне билгеле. f функциясенең графигын $[-2;\ 8]$ кисемтәсендә төзегез.

КМ — 9

f функциясенең графигын төзегез (чыгарылма ярдәменнән башка), аның билгеләнү һәм кыйммәтләре өлкәләрен, үсү һәм кимү аралыкларын, максимумнарын һәм минимумнарын күрсәтегез:

а) $f(x) = \frac{3}{x}$; б) $f(x) = x^2 - 4$;

в) $f(x) = \cos x + 2$; г) $f(x) = \lg(x-1)$.

КМ — 10

1. y функциясенең чыгарылмасын табыгыз:

а) $y = 3x^3 + 2x^{\sqrt{2}} - 1$; б) $y = xe^x$; в) $y = \frac{3x-1}{x+2}$.

2. Катлаулы функцияне дифференциаллау формуласы ярдәмендә $f(x) = \left(x^2 - 1\right)^{102}$ функциясенең чыгарылмасын табыгыз.

3. $f(x) = 2\sin 2x + 3\cos 2x$ функциясенең $y'' = -4y$ дифференциаль тигезләмәсен канәгатьләндерүен тикшерегез.

КМ — 11

1. Интерваллар методы белән тигезсезлекне чишегез:

а) $x^2+x-6>0$; б) $\frac{(x-3)(x+1)^2}{x-2}\le 0$; в) $\frac{x^2-5x+4}{x^2-6x+8}>0$.

2. $f(x)=x^3-3x+5$ функциясе графигына абсциссасы $x_0=2$ ноктасында орынма тигезләмәсен языгыз.

3. Материаль нокта туры сызык буйлап $x(t)=3t^3-\frac{9}{t}$ буенча хәрәкәт итә. $t=3$ моментында тизлеген табыгыз. (x — метрларда, t секундларда үлчәнә.)

КМ — 12

1. $f'(x)>g'(x)$ тигезсезлеген чишегез, биредә $f(x)=x^2-x$, $g(x)=\ln x$.

2. $f(x)=x^3-12x+2$ функциясенең үсү һәм кимү аралыкларын һәм экстремумнарын табыгыз. Аның графигын төзегез.

КМ — 13

1. $f(x)=x^3-3x+7$ функциясенең $[-3;1]$ кисемтәсендә иң зур һәм иң кечкенә кыйммәтләрен табыгыз.

2. Төзүчесе $l=15$ см булган конуссыман бүрәнкә ясарга кирәк. Иң зур күләмле бүрәнкәнең биеклеген табыгыз.

КМ — 14

1. f функциясе өчен башлангыч функцияләрнең гомуми күренешен языгыз:

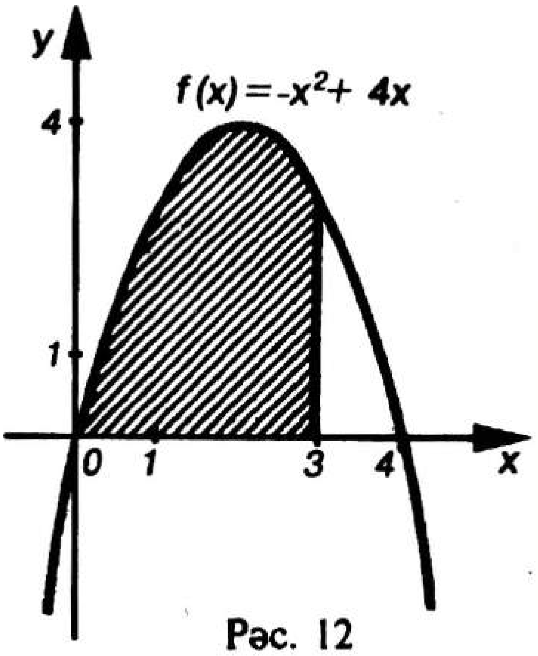
а) $f(x) = x^2 + 3\sin x$;

б) $f(x) = \frac{1}{\cos^2 x} - \cos(3x - 1)$.

2. Исәпләгез:

а) $\int\limits_{-2}^{1} (4x^3 + 6x)\,dx$;

б) $\int\limits_{0}^{\frac{\pi}{4}} \sin 2x\,dx$.



Рәс. 12

3. 12 нче рәсемдә штрихланган фигураның мәйданын табыгыз.

КМ — 15

1. $25^{\frac{1}{2}\log_5 12} + 7^{2\log_7 2}$ аңлатмасын гадиләштерегез.

2. Тигезләмәне чишегез:

а) $\log_2(2x - 3) = \log_2(3x - 5)$; б) $3^{2x-4} = \left(\frac{1}{3}\right)^{2-x}$.

3. $\left(\frac{3}{4}\right)^{6x+10-x^2} < \frac{27}{64}$ тигезсезлеген чишегез.

КМ — 16

1. Тигезләмәне чишегез:

а) $3^{2x+1} - 10 \cdot 3^x + 3 = 0$; б) $\sqrt{x+13} - \sqrt{x+1} = 2$.

2. $\lg(x^2 + x + 8) < 1$ тигезсезлеген чишегез.

3. Тигезләмәләр системасын чишегез:

$$\begin{cases} x^3 + y^3 = 9, \\ \log_2 x + \log_2 y = 1. \end{cases}$$

КМ — 17

1. $y = e^{3x} - \left(\frac{1}{2}\right)^{2x-1}$ функциясенең чыгарылмасын табыгыз.

2. $f(x) = e^{2x} - 3^x$ функциясе өчен башлангыч функцияләрнең гомуми күренешен табыгыз.

3. $f(x) = 2^{x-3}$ функциясе графигына абсциссасы $x_0 = 4$ ноктасындагы орынма тигезләмәсен языгыз.

КМ — 18

1. y функциясенең чыгарылмасын табыгыз:

а) $y = \ln(3x-1)$; б) $y = (x+1)\,x^{\sqrt{3}}$.

2. f функциясе өчен башлангыч функцияләрнең гомуми күренешен табыгыз:

а) $f(x) = \frac{1}{3x+1}$; б) $f(x) = (2x+7)^{\sqrt{5}}$.

3. $f(x) = 2^x$ функциясе $y' = y\ln 2$ дифференциаль тигезләмәсенең чишелеше була аламы?

КМ – 1

1. Исәпләгез: $\frac{9-4\sqrt{5}}{9+4\sqrt{5}}+\frac{9+4\sqrt{5}}{9-4\sqrt{5}}$.

2. План буенча эшләргә тиеш детальләр саны эшләнгән детальләр санының 60% ы кадәр булса, эшче планны ничә процентка арттырып үтәгән?

КМ – 2

1. Поездның тизлеге 75 тән 80 км/сәг кә кадәр артты. Бер үк юлны үтү өчен поезд сарыф иткән вакыт ничә процентка кимеде?

2. $y=3-0{,}5x$ турысына параллель һәм $M(-1;\ 3)$ ноктасы аша үтүче туры тигезләмәсен языгыз.

КМ – 3

1. Аңлатманы гадиләштерегез:

$$\frac{a^4-b^4}{4a^2-2a+b-b^2}:\frac{a^3-a^2b+ab^2-b^3}{2a-b}.$$

2. $\frac{5}{3-x}+\frac{x}{x+3}=\frac{18}{x^2-9}$ тигезләмәсен чишегез.

КМ – 4

1. $y=3x^2+2x+1$ функциясе өчен $y\le 0$, $y>0$ булырлык x үзгәрешлесенең кыйммәтләре күплеген табыгыз.

2. $x^2+9x+18$ квадрат өчбуынын тапкырлаучыларга таркатыгыз (әгәр мөмкин булса).

3. Тамырлары $-\frac{1}{3}$ һәм -3 булган квадрат тигезләмә языгыз.

КМ — 5

1. Беренче буыны 5,7 һәм аермасы 0,8 булган арифметик прогрессиянең n нчы буыны формуласын һәм беренче 20 буыны суммасын табыгыз.

2. Беренче буыны $-4,5$ һәм тапкырлыгы $-0,75$ булган чиксез геометрик прогрессиянең суммасын табыгыз.

3. 1,4 (54) чиксез унарлы вакланманы гади вакланмага әйләндерегез.

КМ — 6

1. Аңлатманы гадиләштерегез:

а) $\frac{2\sin(\pi-\alpha)+\sin 2\alpha}{2\cos\alpha+1+\cos^2\frac{\alpha}{2}+\sin^2\frac{\alpha}{2}}$, $\alpha=-\frac{5\pi}{4}$ булганда, аның кыйммәтен табыгыз; б) $\frac{\operatorname{tg}\left(\frac{3\pi}{2}+\alpha\right)\sin(\pi-\alpha)}{\cos\left(\frac{3\pi}{2}-\alpha\right)}$.

2. Бердәйлекне исбатлагыз:

а) $\frac{\sin 2\alpha+\operatorname{tg} 2\alpha}{\operatorname{tg} 2\alpha}=2\cos^2\alpha$;

б) $\frac{\cos\alpha}{1+\sin\alpha}+\frac{\cos\alpha}{1-\sin\alpha}=\frac{2}{\cos\alpha}$.

КМ — 7

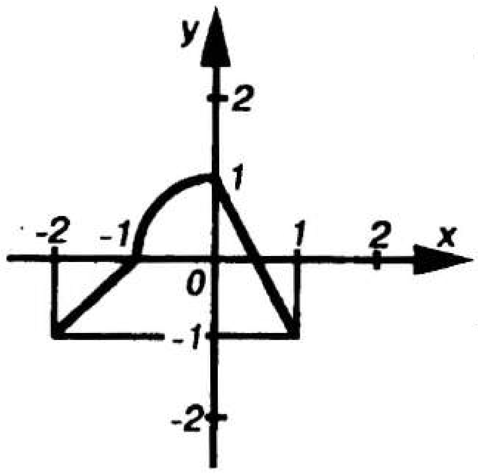
1. Тигезләмәне чишегез:

а) $\sin 7x=\sin 3x$; б) $\operatorname{tg} x+3\operatorname{ctg} x=4$.

2. Тигезсезлекне чишегез:

а) $\cos 2x>\frac{1}{2}$; б) $\operatorname{tg}\left(x+\frac{\pi}{3}\right)\le\frac{1}{\sqrt{3}}$.

КМ — 8



Рәс. 13

1. Функциянең билгеләнү өлкәсен табыгыз:

а) $y = \sqrt{3 - x} + \log_{0,5} x$;

б) $y = \sqrt{\cos x}$.

2. Функция җөпме яки такмы, тикшерегез:

а) $f(x) = 3x^7 - x^3$;

б) $f(x) = x \operatorname{ctg} x + x^4$;

в) $f(x) = \operatorname{ctg}(x - 2)$.

3. 13 нче рәсемдә $[-2;\ 1]$ кисемтәсендә f функциясенең графигы сурәтләнгән. Функциянең периоды 3 кә тигез икәне билгеле. $[-6;\ 6]$ кисемтәсендә f функциясенең графигын төзегез.

КМ — 9

f функциясенең графигын схематик рәвештә төзегез (чыгарылма ярдәменнән башка), аның билгеләнү һәм кыйммәтләре өлкәләрен, үсү һәм кимү аралыкларын, максимумнарын һәм минимумнарын күрсәтегез:

а) $f(x) = -\frac{2}{x}$; б) $f(x) = 9 - x^2$;

в) $f(x) = 2\sin x - 1$; г) $f(x) = \ln(x + 1)$.

КМ — 10

1. Функциянең чыгарылмасын табыгыз:

а) $y = 2x^4 - 3x^{\sqrt{3}} + 12$; б) $y = x \ln x$; в) $y = \frac{3x+1}{x-2}$.

2. $f(x) = \left(x^3 + 1{,}5x^2\right)^{68}$ функциясенең чыгарылмасын катлаулы функцияне дифференциаллау формуласы ярдәмендә табыгыз.

3. $f(x) = 3\cos 3x - 2\sin 3x$ функциясе $y'' = -9y$ дифференциаль тигезләмәсен канәгатьләндерүен тикшерегез.

КМ — 11

1. Тигезсезлекне интерваллар методы белән чишегез:

а) $x^2 + 2x - 15 < 0$; б) $\frac{(x+1)(x-3)^2}{x+4} \geq 0$;

в) $\frac{x^2+5x+4}{x^2+6x+8} \leq 0$.

2. $f(x) = x^3 - \frac{1}{3}x - 1$ функциясе графигына абсциссасы $x_0 = 3$ булган ноктадагы орынмасынын тигезләмәсен языгыз.

3. Туры буйлап $x(t) = 4t^4 - \frac{8}{t}$ законы буенча хәрәкәт итүче материаль нoктанын $t = 2$ вакыт моментындагы тизлеген табыгыз (x-метрлар, t секундлар белән үлчәнә).

КМ — 12

1. $f'(x) \leq g'(x)$ тигезсезлеген чишегез, биредә $f(x) = x^2 + x$, $g(x) = \ln x$.

2. $f(x) = -x^3 + 3x + 1$ функциясенең үсү һәм кимү аралыкларын һәм экстремумнарын табыгыз. Анын графигын төзегез.

КМ — 13

1. $f(x) = 3x^3 - x + 1$ функциясенең иң зур һәм иң кечкенә кыйммәтләрен $[-2;\ 3]$ кисемтәсендә табыгыз.

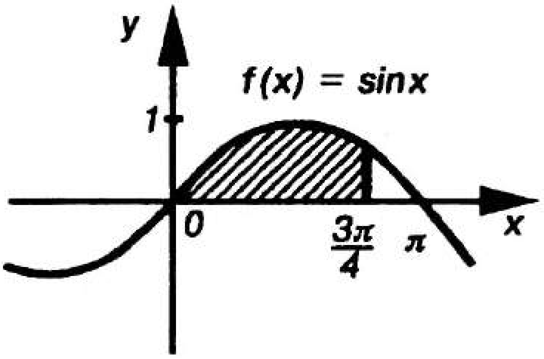
2. Төзүчесе $l = 10$ см булган конуссыман бүрәнкә ясарга кирәк. Күләме иң зур булсын өчен, бүрәнкә нигезенең радиусы күпме булырга тиеш?

КМ — 14

1. f функциясе өчен башлангыч функцияләрнең гомуми күренешен языгыз:

а) $f(x) = x^3 - 2\cos x$;

б) $f(x) = \frac{1}{\sin^2 x} - \sin\left(3x - \frac{\pi}{4}\right)$.



Рәс. 14.

2. Исәпләгез:

а) $\int\limits_{-1}^{2} \left(5x^4 + 6x^2\right) dx$; б) $\int\limits_{0}^{\frac{\pi}{6}} \cos 3x \, dx$.

3. 14 нче рәсемдәге штрихланган фигураның мәйданын табыгыз.

КМ — 15

1. $9^{\log_3 6} : 2^{\frac{1}{2}\log_2 16}$ аңлатмасын гадиләштерегез.

2. Тигезләмәне чишегез:

а) $\lg(2x - 3) = \lg(3x - 2)$; б) $(0{,}2)^{3x-4} = 5^{2-5x}$.

3. $\log_2^2 x - 2\log_2 x^2 > -3$ тигезсезлеген чишегез.

КМ — 16

1. Тигезләмәне чишегез:

а) $2^{2x+1} - 5 \cdot 2^x + 2 = 0$; б) $\sqrt{x + 17} - \sqrt{x + 1} = 2$.

2. $\lg\left(x^2 - x + 8\right) > 1$ тигезсезлеген чишегез.

3. $\begin{cases} x^3 - y^3 = 56, \\ \log_2 x - \log_2 y = 1 \end{cases}$ тигезләмәләр системасын чишегез.

КМ — 17

1. $y = e^{-0,3x} + 2^{1-2x}$ функциясенең чыгарылмасын табыгыз.

2. $f(x) = e^{-0,5x} + 2^x$ функциясе өчен башлангыч функцияләрнең гомуми күренешен языгыз.

3. $f(x) = 3^{2x-3}$ функциясе графигының абсциссасы $x_0 = 2$ булган ноктадагы орынмасының тигезләмәсен языгыз.

КМ — 18

1. y функциясенең чыгарылмасын табыгыз:

а) $y = \ln(2x+1)$; б) $y = (2x-1)x^{\sqrt{2}}$.

2. f функциясе өчен башлангыч функцияләрнең гомуми күренешен языгыз:

а) $f(x) = \frac{1}{2x-1}$; б) $f(x) = (2x-3)^{\sqrt{6}}$.

3. $f(x) = 2 \cdot 3^x$ функциясе $y' = y \ln 3$ дифференциаль тигезләмәсенең чишелеше була аламы?

Вариант 3

КМ — 1

1. Аңлатманы гадиләштерегез:

а) $\sqrt{7+2\sqrt{10}}\cdot\sqrt{7-2\sqrt{10}}$; б) $\frac{5-\sqrt{3}}{5+\sqrt{3}}$.

2. Тигезләмәне чишегез:

а) $x^5+32=0$; б) $x^4-81=0$; в) $\sqrt{x}+2\sqrt[4]{x}-3=0$.

КМ — 2

1. $ax^2+bx+c=0$ квадрат тигезләмәсе бирелгән. $a+b+c=0$ икәне билгеле. Бу тигезләмәнең тамырларын әйтегез.

2. $(x^2+2x)^2>9$ тигезсезлеген чишегез.

3. Ике сан суммасы 65 кә тигез, ә аларның арифметик уртасы геометрик уртасыннан 2,5 кә зуррак. Бу саннарны табыгыз.

КМ — 3

1. $\left(\frac{4}{9}\right)^{-1,5}-2(x+5)^0+\frac{x^{0,4}-2x^{-0,6}}{x^{-1,6}-2x^{-2,6}}$ аңлатмасының санча кыйммәте $5\frac{3}{8}$ кә тигез булуы мөмкинме? Җавапны аңлатыгыз.

2. $\frac{2x}{x-3}+\frac{x-3}{x-4}=\frac{7x-27}{x^2-7x+12}$ тигезләмәсен чишегез.

КМ — 4

1. $x^2-3|x|+2=0$ тигезләмәсенең $|x-1|\le 2{,}5$ тигезсезлеген канәгатьләндерүче чишелешләрен табыгыз.

2. $y=x^2+ax+25$ параболасы абсциссалар күчәрен төрле ике ноктада киссә, aның кыйммәтләрен табыгыз. Табылган a кыйммәтләренең берсе өчен функциянең тамгасы даими булган интервалларны языгыз.

КМ — 5

1. $0{,}2^{\log_5\left(4+1+\frac{1}{4}+\ldots\right)}$ аңлатмасының кыйммәтен исәпләгез.

2. Эзлеклелекнең гомуми буыны $b_n = 3n - 1$ формуласы белән күрсәтелә. Аның беренче 20 буыны суммасын табыгыз.

3. x нын нинди кыйммәтләре өчен $\cos x$, $\sin x$, 1,5 эзлеклелеге геометрик прогрессия булыр?

КМ — 6

1. $\sqrt{3}\cos\alpha - \sin\alpha = 2\cos\left(\frac{\pi}{6} + \alpha\right)$ бердәйлеген исбатлагыз. $\sqrt{3}\cos\alpha - \sin\alpha$ аңлатмасының иң зур кыйммәтен табыгыз.

2. $\frac{1-\sin(1{,}5\pi+2\alpha)+\sin 2\alpha}{\cos\alpha+\sin\alpha}$ аңлатмасын гадиләштерегез: а) аңлатманың мәгънәсе булмаган; б) бу аңлатманың кыйммәте тискәре булган; в) бу аңлатманың кыйммәте 2 гә тигез булган α нын нинди дә булса кыйммәтен күрсәтегез.

КМ — 7

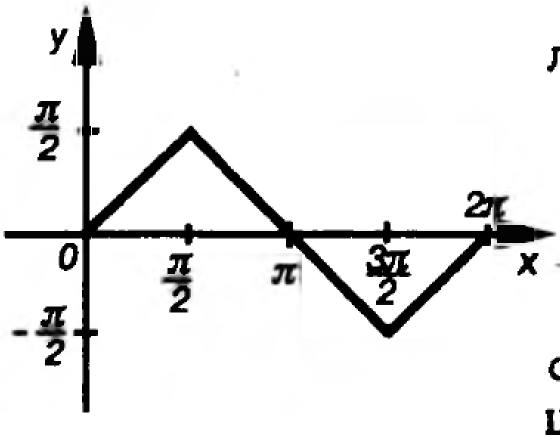
1. Тигезләмәне чишегез:

а) $2 - \cos x = 2\sin^2 x$; б) $2\cos\left(\frac{\pi}{2} + \sqrt{x}\right) + 1 = 0$;

в) $\left(\sin x - \frac{1}{\sin x}\right)^2 + \left(\cos x - \frac{1}{\cos x}\right)^2 = 1$.

2. $\sin x \cos\left(x - \frac{\pi}{4}\right) + \cos x \sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right) \geq -0{,}5$ тигезсезлеген чишегез.

КМ — 8



Рәс. 15

1. y функциясенең билгеләнү өлкәсен табыгыз:

а) $y=\sqrt{4-x^2}+\log_3(1-x)$;

б) $y=\sqrt[4]{1-2\sin x}$.

2. 15 нче рәсемдә $[0;\ 2\pi]$ кисемтәсендә так $y=arc(\sin x)$ функциясенең графигы сурәтләнгән. $[-2\pi;\ 0]$ кисемтәсендә бу функциянең графигын сызыгыз.

КМ — 9

Функциянең графигын төзегез:

а) $y=0{,}5x^2-2x$; б) $y=6\log_2\sqrt{x}+\log_2\frac{1}{x}$;

в) $y=2\cos\left(\frac{\pi}{2}-2x\right)$.

КМ — 10

1. Нокта туры сызык буенча $s(t)=2t^3+4\sin(0{,}5\pi t)$ законы буенча хәрәкәт итә. $t=1$ с моментында ноктаның тизлеген табыгыз, s сантиметрларда үлчәнә.

2. $f(x)=0{,}5x^2+x-1{,}5$ функциясе графигының абсциссасы $x_0=-2$ ноктадагы орынмасы абсциссалар күчәренә нинди почмак ясап авышкан? Бу орынманың тигезләмәсен языгыз һәм мәсьәләгә сызым сызыгыз.

КМ — 11

1. $f(x) = -2\sin x + 5x$ функциясе бирелгән.

$f'(x) \le f'(\pi)$ тигезсезлеген чишегез.

2. Әгәр $f(x) = 2\sqrt{x} + (2 - 0{,}5x)^2$ булса, $f'(x)$ ны табыгыз. $f'(2)$ не нуль белән чагыштырыгыз.

3. Әгәр $f(x) = \frac{x^3+2}{x}$, $g(x) = 6x + \frac{2}{x}$ булса, $f'(x) < g'(x)$ тигезсезлеген чишегез.

КМ — 12

1. Тигезсезлекне чишегез:

а) $\frac{3x^4(x^2-9)}{2x^2+11} \ge 0$; б) $\frac{27-3^x}{4\cos x+5} \le 0$.

2. f функциясен тикшерегез һәм аның графигын төзегез:

$$f(x) = \frac{2x^2-4x}{2x^2-4x+3}.$$

КМ — 13

1. $f(x) = \frac{3^x+3^{2-x}}{\ln 3}$ функциясенең $[-1; 2]$ кисемтәсендә иң зур һәм иң кечкенә кыйммәтләрен табыгыз.

2. 18 санын бер кушылучы башкасыннан ике тапкыр зур, ә барлык кушылучыларның тапкырчыгышы иң зур булырлык итеп, өч уңай кушылучы рәвешендә күрсәтегез.

КМ — 14

1. $f(x) = \frac{2}{\cos^2 x} - \sqrt{2}\sin x$ функциясе өчен $F\left(\frac{\pi}{4}\right) = 0$ шартын канәгатьләндерүче F башлангыч функциясен табыгыз.

2. Түбәндәге сызыклар белән чикләнгән фигураның мәйданын исәпләп чыгарыгыз:

а) $y = \frac{1}{x}$, $y = 0{,}5$, $x = 1$;

б) $y = x^2 - 2x + 4$, $y = 4$.

КМ — 15

1. Исәпләгез:

а) $4^{\log_2 6 - 0{,}5}$; б) $\log_4 \log_{14} 196 + \log_5 \sqrt{5}$.

2. Тигезләмәне чишегез:

а) $\log_2\left(2^{2x} + 16^x\right) = 2\log_4 12$;

б) $\sqrt{(3x+4)(x-5)} + 5 = x$.

КМ — 16

1. Тигезсезлекне чишегез:

а) $\log_3^2 x < 1$; б) $\log_4 x^2 \cdot \log_4 \frac{16}{x} \geq 2$.

2. Тигезләмәләр системасын чишегез:

$$\begin{cases} 3^y + x = 10, \\ y - \log_3 x = 2. \end{cases}$$

КМ — 17

1. $y = 3x\, e^{2-x}$ функциясенең үсү һәм кимү аралыкларын, функциянең экстремумын табыгыз.

2. $y = e^x$, $y = e$, $x = 0$ сызыклары белән чикләнгән фигураның мәйданын исәпләп чыгарыгыз.

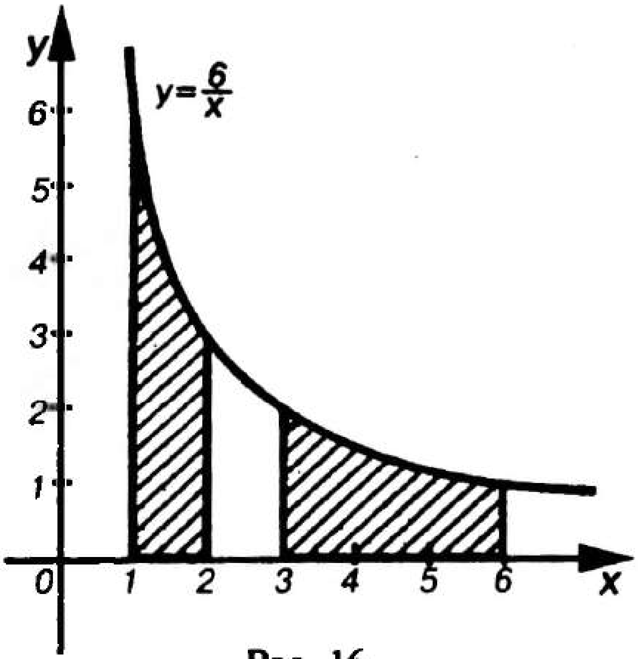
КМ — 18

1. Исәпләгез:

а) $\int\limits_1^3 \frac{dx}{2x+3}$; б) $\int\limits_2^{14} \frac{dx}{x \ln 7}$.

2. 16 нчы рәсемдә штрихланган кәкресызыклы трапецияләрнең мәйданнары тигезлеген исбатлагыз.

3. $f(x) = 2\ln(x-1)$ функциясе графигының абсциссасы $x_0 = 3$ булган ноктадагы орынмасының тигезләмәсен төзегез. Мәсьәләгә сызым сызыгыз.



Рәс. 16

КМ — 1

1. Аңлатманы гадиләштерегез:

а) $\sqrt{7+3\sqrt{5}}\cdot\sqrt{7-3\sqrt{5}}$; б) $\frac{6+\sqrt{2}}{6-\sqrt{2}}$.

2. Тигезләмәне чишегез:

а) $x^5+243=0$; б) $x^6-64=0$; в) $\sqrt[3]{x}-\sqrt[6]{x}-2=0$.

КМ — 2

1. $ax^2+bx+c=0$ квадрат тигезләмәсе бирелгән. $a-b+c=0$ икәне билгеле. Бу тигезләмәнең тамырларын әйтегез.

2. $\left(x^2+x\right)^2>4$ тигезсезлеген чишегез.

3. Икеурынлы санның берәмлекләр саны аның дистәләр саныннан 2 гә ким, ә эзләгән сан белән аның цифрлар суммасы тапкырчыгышы 252 гә тигез. Бу санны табыгыз.

КМ — 3

1. $\frac{x^{1,8}-x^{1,5}}{x^{-0,2}-x^{-0,5}}-(0,09)^{-0,5}-\frac{2}{3}(x+3)^0$ аңлатмасының санча кыйммәте 5 кә тигез булуы мөмкинме? Җавапны аңлатыгыз.

2. $\frac{3x}{x+2}+\frac{x+2}{x-4}=\frac{36}{x^2-2x-8}$ тигезләмәсен чишегез.

КМ — 4

1. $x^2-4|x|+3=0$ тигезләмәсенең $|x+1|\le 3{,}5$ тигезсезлеген канәгатьләндерүче тамырларын табыгыз.

2. $y=x^2+ax+9$ параболасы абсциссалар күчәрен төрле ике ноктада киссә, *a* ның кыйммәтләрен табыгыз. *a* ның табылган кыйммәтләренең берсе өчен функциянең даими тамгалы интервалларын языгыз.

КМ — 5

1. $\left(\frac{1}{7}\right)^{\log_7(3+1+\frac{1}{3}+...)}$ аңлатмасын исәпләгез.

2. Эзлеклелекнең гомуми буыны $b_n = \frac{1}{2^n}$ формуласы белән билгеләнсә, аның беренче 10 буынының суммасын табыгыз.

3. x ның нинди кыйммәтләре өчен $3\sin x$, $\sin^2 x$, -1 эзлеклелеге арифметик прогрессия булыр?

КМ — 6

1. $\sin\alpha - \sqrt{3}\cos\alpha = 2\sin\left(\alpha - \frac{\pi}{3}\right)$ бердәйлеген исбатлагыз.

$\sin\alpha - \sqrt{3}\cos\alpha$ аңлатмасының иң кечкенә кыйммәтен табыгыз.

2. $\frac{1-\cos 2\alpha - \sin 2\alpha}{\cos(1{,}5\pi+\alpha)-\cos\alpha}$ аңлатмасын гадиләштерегез.

а) бу аңлатманың мәгънәсе булмаган; б) бу аңлатма кыйммәте уңай булган; в) бу аңлатманың кыйммәте 2 гә тигез булган α ның нинди дә булса кыйммәтен күрсәтегез.

КМ — 7

1. Тигезләмәне чишегез:

а) $2 - \sin x = 2\cos^2 x$;   б) $2\sin\left(\frac{\pi}{2} - \sqrt{x}\right) - \sqrt{3} = 0$;

в) $3 - 2\sin(\pi + 2x) = \operatorname{tg} x + \operatorname{ctg} x$.

2. $\cos x \cdot \cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right) - \sin x\ \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) \geq -0{,}5$ тигезсезлеген чишегез.

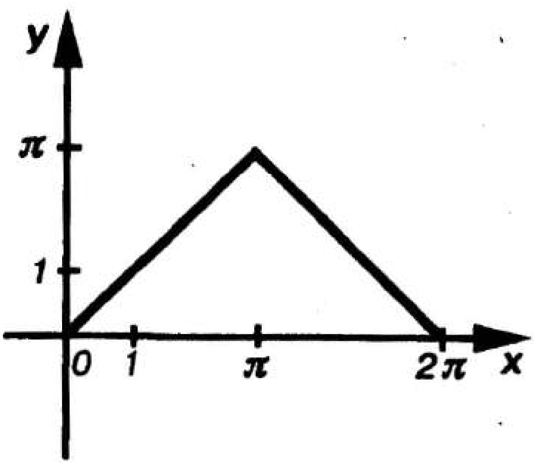
КМ — 8

1. Функциянең билгеләнү өлкәсен табыгыз:

а) $y = \sqrt{x+2} + \lg(9 - x^2)$;

б) $y = \sqrt[6]{1 + 2\cos 2x}$.

2. 17 нче рәсемдә $[0;\ 2\pi]$ кисемтәсендә $y = \arccos(\cos x)$ жөп функциясенең графигы сурәтләнгән. $[-2\pi;\ 0]$ кисемтәсендә бу функция графигын сызыгыз.



Рәс. 17

КМ — 9

1. Функциянең графигын төзегез:

а) $y = -0{,}5x^2 + x$; б) $y = \log_{0,5} \frac{1}{x^3} + \log_{0,5} x^2$;

в) $y = 3\sin(\pi - 2x)$.

КМ — 10

1. Нокта туры буйлап $s(t) = 3t^2 + 4\cos(0{,}5\pi t)$ законы буенча хәрәкәт итә. Вакытның $t = 2$ с моментында тизлеген табыгыз, s сантиметрларда үлчәнә.

2. $f(x) = -0{,}5x^2 + x + 1{,}5$ функциясе графигының абсциссасы $x_0 = 2$ булган ноктадагы орынмасы абсцисса күчәренә нинди почмак белән авышкан? Бу орынма тигезләмәсен языгыз һәм мәсьәләгә рәсем ясагыз.

КМ — 11

1. $f(x)=3\cos x+4x$ функциясе бирелгән. $f'(x)\geq f'\left(\frac{\pi}{2}\right)$ тигезсезлеген чишегез.

2. Әгәр $f(x)=3\sqrt{x}+(2-0{,}5x)^4$ булса, $f'(x)$ ны табыгыз. $f'(2)$ ны нуль белән чагыштырыгыз.

3. Әгәр $f(x)=8x+\frac{2}{x^2}$, $g(x)=\frac{x^4+2}{x^2}$ булса, $f'(x)>g'(x)$ тигезсезлеген чишегез.

КМ — 12

1. Тигезсезлекне чишегез:

а) $\frac{6x^4(16-x^2)}{-3x^2-7}\geq 0$; б) $\frac{2^x-8}{3\sin x+4}\leq 0$.

2. $f(x)=\frac{x^2+2x}{x^2+2x+3}$ функциясен тикшерегез һәм аның графигын төзегез.

КМ — 13

1. $f(x)=3^{2x}+2\cdot 3^{3-x}$ функциясенең $[-1;\ 2]$ кисемтәсендә иң зур һәм иң кечкенә кыйммәтләрен табыгыз.

2. 24 санын кушылучыларның берсе башкасыннан 3 тапкыр зуррак, ә барлык өч кушылучының тапкырчыгышы иң зур булырлык итеп, өч уңай кушылучының суммасы рәвешендә күрсәтегез.

КМ — 14

1. $f(x)=\frac{3}{\sin^2 x}+\sqrt{2}\cos x$ функциясе өчен $F\left(\frac{\pi}{4}\right)=0$ шартын канәгатьләндерүче $F(x)$ башлангыч функциясен табыгыз.

2. Түбәндәге сызыклар белән чикләнгән фигураның мәйданын исәпләп чыгарыгыз.

а) $y=\frac{2}{x}$, $y=1$, $x=1$; б) $y=x^2+4x+5$ һәм $y=5$.

КМ — 15

1. Исәпләгез:

а) $9^{\log_3 4-0,5}$; б) $\log_4 \log_9 81+\log_3 \sqrt{3}$.

2. Тигезләмәне чишегез:

а) $\log_3\left(25^x-2\cdot 5^x\right)=2\log_9 15$;

б) $\sqrt{(2x+3)(x-4)}+4=x$.

КМ — 16

1. Тигезсезлекне чишегез:

а) $\log_3^2 x<4$; б) $\log_3 x^2 \log_3 \frac{x}{9}\le -2$.

2. $\begin{cases}2^x+y=5,\\ x-\log_2 y=2\end{cases}$ тигезләмәләр системасын чишегез.

КМ — 17

1. $y=2xe^{x-1}$ функциясенең үсү, кимү аралыкларын һәм экстремумнарын табыгыз.

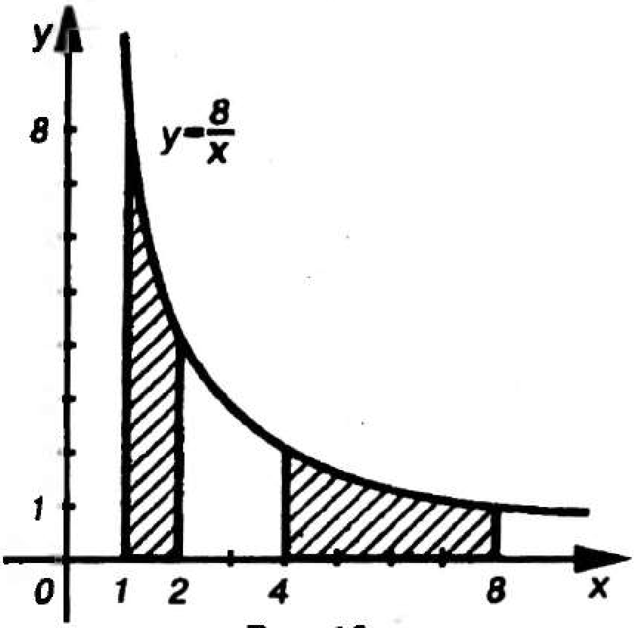
2. $y=e^{-x}$, $y=e$, $x=0$ сызыклары белән чикләнгән фигураның мәйданын исәпләп чыгарыгыз.

1. Исәпләгез:

а) $\int\limits_{2}^{4} \frac{dx}{3x+4}$; б) $\int\limits_{3}^{15} \frac{dx}{x \ln 5}$.

2. 18 нче рәсемдә штрихланган көкресызыклы трапецияләрнең мәйданнары тигез булуын исбатлагыз.

3. $f(x) = 2\ln(x+1)$ функциясе графигының абсциссасы $x_0 = 1$ булган ноктасындагы орынмасының тигезләмәсен языгыз. Мәсьәләгә сызым сызыгыз.



Рәс. 18

Вариант 5

КМ — 1

1. $\frac{3}{\sqrt{5}-\sqrt{2}}+\frac{5}{\sqrt{7}+\sqrt{2}}-\frac{2}{\sqrt{7}-\sqrt{5}}$ исәпләгез.

2. 525 см озынлыгындагы рейканы ике кисәккә кисәләр, беренче кисәк икенчесеннән 25% ка кыскарак булып чыга. Һәр кисәкнең озынлыгын табыгыз.

КМ — 2

1. Аш тозының 20 процентлы эремәсеннән суның 25% ы парга әйләнә. Барлыкка килгән эремәнең концентрациясен табыгыз.

2. $y=1-3x$ турысына параллель һәм $M(3;\ -1)$ ноктасы аша үтүче туры тигезләмәсен языгыз.

КМ — 3

1. $\left(\frac{x^2}{x^2-\sqrt{y}}-\frac{\sqrt{y}}{x^2+y^{0,5}}\right):\left(\frac{x^2+y^{\frac{1}{2}}}{\sqrt{y}}-\frac{x^2-\sqrt{y}}{x}\right)$ аңлатмасын гадиләштерегез.

2. $\frac{3y}{3y-2}+\frac{5}{3y+2}=\frac{8}{9y^2-4}$ тигезләмәсен чишегез.

КМ — 4

1. $y=6x^2+5x+1$ функциясе өчен $y\leq 0$, $y>0$ булырлык x үзгәрешлесенең кыйммәтләр күплеген табыгыз.

2. $4x^2+20x+25$ квадрат өчбуынын тапкырлаучыларга таркатыгыз (әгәр мөмкин булса).

3. Тамырлары $-\frac{1}{3}$ һәм $\frac{1}{4}$ саннары булган квадрат тигезләмә языгыз.

КМ — 5

1. Арифметик прогрессиядә $a_3 = 8$, $a_{11} = 17$ икәне билгеле булса, беренче буынын һәм аермасын табыгыз.

2. Беренче буыны $b_1 = -\frac{3}{13}$ һәм тапкырлыгы $q = \frac{2}{17}$ булган чиксез геометрик прогрессиянең суммасын табыгыз.

3. 0,2 (142857) чиксез унарлы периодик вакланманы гади вакланмага әйләндерегез.

КМ — 6

1. Аңлатманы гадиләштерегез:

а) $\frac{\sin 2\alpha + \cos(\pi+\alpha)}{\sin^2\alpha + \sin(\pi+\alpha) + 1 - \cos^2\alpha}$, $\alpha = \frac{\pi}{8}$ булганда, аның кыйммәтен табыгыз;

б) $\frac{\sin(x-\pi)\cos(x+2\pi)\sin(4\pi-x)}{\sin\left(\frac{\pi}{2}+x\right)\operatorname{ctg}(2\pi-x)\operatorname{ctg}\left(\frac{3\pi}{2}+x\right)}$.

2. Бердәйлекне исбатлагыз:

а) $\frac{1-2\cos^2 2\alpha}{\frac{1}{2}\sin 4\alpha} = \operatorname{tg}2\alpha - \operatorname{ctg}2\alpha$; б) $\frac{\cos\alpha + \operatorname{ctg}\alpha}{\operatorname{ctg}\alpha} = 1 + \sin\alpha$.

КМ — 7

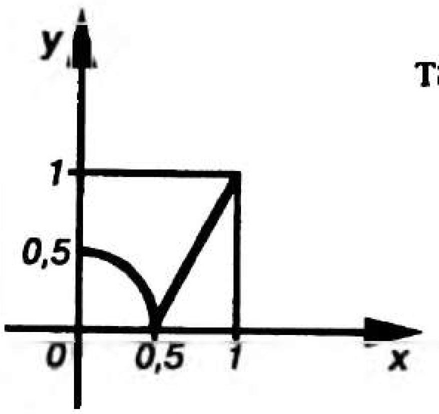
1. Тигезләмәне чишегез:

а) $\sin 6x + \sin 2x = \sin 4x$; б) $3\sin^2 x + \cos^2 x = 2\sin 2x$.

2. Тигезсезлекне чишегез:

а) $\sin x \cos 2x > \cos x \sin 2x + \frac{1}{2}$; б) $\operatorname{tg}\left(3x - \frac{\pi}{4}\right) \geq \sqrt{3}$.

КМ — 8



Рәс. 19

1. Функциянең билгеләнү өлкәсен табыгыз:

а) $y = \sqrt{x^2 - 2x - 15} + \log_3(-x)$;

б) $y = \frac{1}{\sqrt{\operatorname{tg}x - 1}}$;

в) $y = \log_{\operatorname{tg}x} \sin x$.

2. Функция җөпме яки такмы, тикшерегез:

а) $f(x) = (x^2 - 1)(x^3 + x)$; б) $f(x) = \lg|x| - \log_2 x^4$;

в) $f(x) = \sqrt{x - 3}$.

3. 19 нчы рәсемдә $[0;\ 1]$ кисемтәсендә f функциясенең графигы сурәтләнгән. Функциянең җөп һәм периоды 2 гә тигез икәне билгеле. $[-4;\ 4]$ кисемтәсендә f функциясенең графигын төзегез.

КМ — 9

f функциясенең графигын схематик рәвештә төзегез (чыгарылма ярдәменнән башка), аның билгеләнү һәм кыйммәтләр өлкәләрен, үсү һәм кимү аралыкларын, максимумнарын һәм минимумнарын күрсәтегез:

а) $f(x) = \frac{2}{x-3}$; б) $f(x) = x^2 - 2x + 3$;

в) $f(x) = \cos 2x$; г) $f(x) = |\ln x|$.

КМ — 10

1. Функциянең чыгарылмасын табыгыз:

а) $y = 4x^4 - 2x^{\sqrt{5}} + \frac{1}{x}$; б) $y = (x - 1) \cdot 2^x$; в) $y = \frac{x \ln x}{x - 1}$.

2. Катлаулы функцияне дифференциаллау кагыйдәсен кулланып, $f(x) = \sin^2 3x$ функциясенең чыгарылмасын табыгыз.

3. $y(0) = 0$, $y'(0) = 3$ шартларын канәгатьләндерүче $y'' = -4y$ дифференциаль тигезләмәсенең чишелешен табыгыз.

КМ — 11

1. Тигезсезлекне интерваллар методы белән чишегез:

а) $\frac{(x-1)(x-3)^3}{(x+2)^2} \geq 0$; б) $\frac{(x-6)^2(x-3)^3}{\sqrt{x+1}} > 0$;

в) $\frac{x^3-3x^2+2x}{x^2-4x+3} < 0$.

2. $f(x) = x^3$ функциясе графигына орынма $y = 3x + 1{,}5$ турысына параллель булса, аның тигезләмәсен языгыз.

3. Материаль нокта туры буйлап, вакытның t моментында аның координатасы $x(t) = t^2 + \sin 2t$ булырлык итеп хәрәкәт итә. Әгәр ноктаның массасы 3 кг булса, вакытның t моментында аңа тәэсир итүче көчне табыгыз (x — метрларда, t секундларда үлчәнә).

КМ — 12

1. $f(x) = x^2 - x$, $g(x) = \ln|x|$ булса, $f'(x) \leq g'(x)$ тигезсезлеген чишегез.

2. $f(x) = -x^4 + 2x^3 + 2$ функциясенең үсү һәм кимү аралыкларын һәм экстремумнарын табыгыз. Аның графигын төзегез.

КМ — 13

1. $[-1;\ 3]$ аралыгында $f(x) = x^4 - \frac{8}{3}x^3 + 1$ функциясенең иң зур һәм иң кечкенә кыйммәтләрен табыгыз.

2. Күләме V булган ябык цилиндрик бак ясарга кирәк. Нигезенең радиусы нинди булганда бакны ясау өчен иң аз материал кирәк булыр?

КМ — 14

1. $f(x)=\frac{1}{\sqrt{5-2x}}+\sin 5x+1$ функциясе өчен башлангыч функцияләрнең гомуми күренешен табыгыз.

2. $f(x)=x^3+1-\frac{3}{\cos^2 2x}$ функциясе өчен графигы $M(0;\ -2)$ ноктасы аша үтүче башлангыч функцияне табыгыз.

3. Исәпләгез:

а) $\int\limits_0^{-\frac{\pi}{24}}\frac{2dx}{\sin^2\left(2x+\frac{\pi}{4}\right)}$; б) $\int\limits_{-3}^{2}\frac{2dx}{(3-x)^2}$.

4. $y=6x-x^2$, $y=0$ сызыклары белән чикләнгән фигураның мәйданын исәпләп чыгарыгыз.

КМ — 15

1. $\lg\left(25^{\log_5 0,8}+9^{\log_3 0,6}\right)$ аңлатмасын гадиләштерегез.

2. Тигезләмәне чишегез:

а) $\log_2(2x-1)+\log_2(x+5)=\log_2 13$; б) $(0{,}25)^{x^2-4}=2^{x^2+1}$.

3. $\lg\left(x^2-x\right)\le\lg(3x-3)$ тигезсезлеген чишегез.

КМ — 16

1. Тигезләмәне чишегез:

а) $3^{\log_2^2 x-\log_2 x}=\left(\frac{1}{27}\right)^{\log_2\frac{1}{x}}$; б) $\log_3(2x-5)^{\sqrt{x-2}}=\sqrt{x-2}$.

2. $\lg^2 x+\lg x-2\le 0$ тигезсезлеген чишегез.

3. $\begin{cases}\frac{y}{x}+\frac{x}{y}=\frac{13}{6},\\ x+y=5\end{cases}$ тигезләмәләр системасын чишегез.

КМ — 17

1. $f(x) = e^{x^2-1} + 2^x$ функциясенең чыгарылмасын табыгыз.

2. $y = 2^x + e^{-x}$ функциясе өчен графигы $M(1;\ 2)$ ноктасы аша үтүче башлангыч функциясен табыгыз.

3. $y = e^{3\ln^2 x - 2\ln^3 x}$ функциясенең максимум һәм минимум нокталарын табыгыз.

КМ — 18

1. f функциясенең чыгарылмасын табыгыз:

а) $f(x) = \ln(3x-1) + \log_2(3x-1)$; б) $f(x) = (x+1)^{\sqrt{3}-1}$.

2. Түбәндәге сызыклар белән чикләнгән фигура мәйданын табыгыз: а) $y = \frac{5}{x}$; $x + y = 6$; б) $y = x^{\sqrt{2}}$, $y = x^{\sqrt{5}}$.

3. $y(1) = e^4$ шартын канәгатьләндерүче $y' = -2y$ дифференциаль тигезләмәнең чишелешен табыгыз.

Вариант 6

КМ — 1

1. $\frac{1}{\sqrt{7}-\sqrt{6}}-\frac{3}{\sqrt{6}-\sqrt{3}}-\frac{4}{\sqrt{7}+\sqrt{3}}$ исәпләгез.

2. 436 см озынлыгындагы планканы ике кисәккә кисәләр. Беренче кисәк икенчесеннән 18% ка озынрак булып чыга. Һәр кисәкнең озынлыгын табыгыз.

КМ — 2

1. 25 процентлы аш тозы эремәсе суының $\frac{1}{3}$ е парга әйләнә. Барлыкка килгән эремәнең концентрациясен табыгыз.

2. $y = 2 + 3x$ турысына параллель һәм $M\,(2;\ -4)$ ноктасы аша үтүче туры тигезләмәсен языгыз.

КМ — 3

1. $\left(\frac{\sqrt{b}+c^2}{c^2}-\frac{\sqrt{b}-c^2}{b^{0.5}}\right):\left(\frac{b^{\frac{1}{2}}}{\sqrt{b}-c^2}-\frac{c^2}{b^{0.5}+c^2}\right)$

анлатмасын гадиләштерегез.

2. $\frac{8}{2-3y}+\frac{3y}{3y+2}=\frac{8}{9y^2-4}$ тигезләмәсен чишегез.

КМ — 4

1. $y = 8x^2 - 2x - 1$ функциясе өчен $y < 0$, $y \geq 0$ булырлык x үзгәрешлесенең кыйммәтләр күплеген табыгыз.

2. $9x^2 - 10x + 1$ квадрат өчбуынын тапкырлаучыларга таркатыгыз (әгәр мөмкин булса).

3. Тамырлары $-\frac{1}{4}$ һәм $\frac{1}{5}$ саннары булган квадрат тигезләмә төзегез.

КМ — 5

1. Әгәр арифметик прогрессиядә $a_4 = 8$, $a_{13} = -5$ булса, аның беренче буынын һәм аермасын табыгыз.

2. Беренче буыны $b_1 = -\frac{5}{17}$ һәм икенче буыны $b_2 = \frac{5}{19}$ булса, чиксез геометрик прогрессиянең суммасын табыгыз.

3. 0,4 (428571) чиксез унарлы вакланманы гади вакланмага әйләндерегез.

КМ — 6

1. Аңлатманы гадиләштерегез:

а) $\frac{2-2\sin^2\alpha}{1-\cos 2\alpha} + \operatorname{tg}\alpha \operatorname{ctg}\alpha$, $\alpha = \frac{3\pi}{8}$ булганда, аның кыйммәтен табыгыз;

б) $\frac{\sin(\pi - x)\cos\left(\frac{3\pi}{2}+x\right)\operatorname{tg}\left(x-\frac{3\pi}{2}\right)}{\cos\left(\frac{\pi}{2}-x\right)\cos\left(\frac{3\pi}{2}-x\right)\operatorname{tg}(x-\pi)}$.

2. Бердәйлекне исбатлагыз:

а) $\frac{2\cos^2\frac{\alpha}{2}-1}{2\operatorname{ctg}\left(\frac{\pi}{4}-\frac{\alpha}{2}\right)\sin^2\left(\frac{\pi}{4}-\frac{\alpha}{2}\right)} = 1$;

б) $1+\cos\alpha = \frac{\sin\alpha+\operatorname{tg}\alpha}{\operatorname{tg}\alpha}$.

КМ — 7

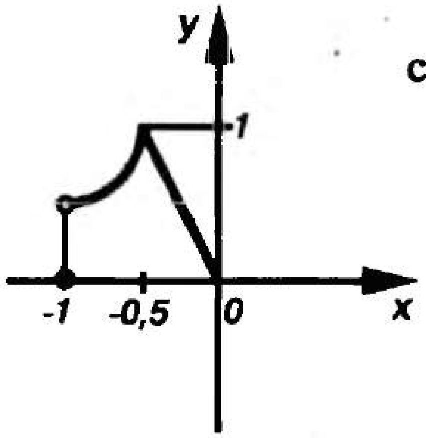
1. Тигезләмәне чишегез:

а) $\cos 3x \operatorname{tg} x = 0$; б) $3\sin x + \cos 2x = -1$.

2. Тигезсезлекне чишегез:

а) $\cos^2 x + \frac{1}{2} > \sin^2 x$; б) $\frac{1}{\operatorname{ctg}\left(x-\frac{\pi}{4}\right)} \geq \sqrt{3}$

КМ — 8



Рәс. 20

1. y функциясенең билгеләнү өлкәсен табыгыз:

а) $y = \sqrt{x^2 + 2x - 3} + \ln(5 - x)$;

б) $y = \sqrt{2\sin x - 1}$;

в) $y = \log_{\operatorname{ctg}x} \cos x$.

2. f функциясе җөпме, такмы, тикшерегез:

а) $f(x) = (x^2 + 1)(x^3 - x^4)$;

б) $f(x) = \cos x^2 + \sin|x|$; в) $f(x) = 3x^4 \sin x \cos x$.

3. 20 нче рәсемдә $[-1;\ 0]$ кисемтәсендә f функциясе графигы күрсәтелгән. f функциясенең так һәм периоды 2 гә тигез икәнлеге билгеле. $[-5;\ 5]$ кисемтәсендә f функциясенең графигын төзегез.

КМ — 9

f функциясенең графигын схематик рәвештә төзегез (чыгарылма ярдәменнән башка). Аның билгеләнү һәм кыйммәтләре өлкәләрен, үсү һәм кимү аралыкларын, максимумнарын һәм минимумнарын табыгыз:

а) $f(x) = \frac{3}{2-x}$; б) $f(x) = 3 - 2x - x^2$;

в) $f(x) = \sin\frac{1}{2}x$; г) $f(x) = \left|\log_{\frac{1}{2}} x\right|$.

КМ — 10

1. Функциянең чыгарылмасын табыгыз:

а) $y = 5x^{\sqrt{3}} - 4x^2 - \frac{34}{x^2}$; б) $y = (x+1)\cdot 0{,}5^x$;

в) $y = \frac{x\ln x}{1-x^2}$.

2. Катлаулы функцияне дифференциаллау кагыйдәсен кулланып, $f(x) = \cos^2\frac{x}{3}$ функциясенең чыгарылмасын табыгыз.

3. $y(0) = 0$, $y'(0) = -2$ шартларын канәгатьләндерүче $y'' = -9y$ дифференциаль тигезләмәсенең чишелешен табыгыз.

КМ — 11

1. Тигезсезлекне интерваллар методы белән чишегез:

а) $\frac{(x+1)(x+3)^2}{(x+2)^3} \le 0$; б) $\frac{(x-1)^3(x-2)^2}{\sqrt{x+3}} \ge 0$;

в) $\frac{x^3-4x^2+3x}{x^2-5x+6} < 0$.

2. $f(x) = \frac{x}{4+x^2}$ функциясе графигына орынма $4y = x - 1$ турысына параллель булса, аның тигезләмәсен языгыз.

3. 2 кг массалы материаль нокта туры сызык буйлап хәрәкәт итә. Вакытның t моментында аның координатасы $x(t) = t^3 + \cos t$ га тигез. Вакытның t моментында аңа тәэсир итүче көчне табыгыз. (x — метрлар, t секундларда үлчәнә.)

КМ — 12

1. $f(x) = x^2 + x$, $g(x) = \ln|x|$ булса, $f'(x) > g'(x)$ тигезсезлеген чишегез.

2. $f(x) = x^4 - 2x^3$ функциясенең үсү һәм кимү аралыкларын һәм экстремумнарын табыгыз. Аның графигын төзегез.

КМ — 13

1. $[-1;\ 3]$ аралыгында $f(x)=3x^5-20x^3+4$ функциясенең иң зур һәм иң кечкенә кыйммәтләрен табыгыз.

2. Күләме V булган ачык цилиндрик бак эшләргә кирәк. Нигез радиусы нинди булганда аны эшләү өчен иң аз микъдарда материал кирәк булыр?

КМ — 14

1. $f(x)=\frac{1}{\cos^2 2x}-\sqrt{2x-3}+2$ функциясе өчен башлангыч функцияләрнең гомуми күренешен языгыз.

2. $f(x)=\sqrt{x}+\cos 2\pi x$ функциясе өчен графигы $M\ (1;\ 3)$ ноктасы аша үтүче башлангыч функциясен табыгыз.

3. Исәпләгез:

а) $\int\limits_0^{-\frac{\pi}{24}} \frac{dx}{\cos^2\left(2x+\frac{\pi}{4}\right)}$; б) $\int\limits_{-2}^{0} \frac{3dx}{(5+2x)^2}$.

4. $y=3x-x^2$, $y=0$ сызыклары белән чикләнгән фигура мәйданын табыгыз.

КМ — 15

1. $\log_5\left(49^{\log_7 2}+(0,(2))^0\right)$ аңлатмасын гадиләштерегез.

2. Тигезләмәне чишегез:

а) $\log_2\left(x^2+8\right)-\log_2(x-1)=\log_{0,5}\frac{1}{8}$;

б) $3^{\log_2^2 x-\log_2 x^6}=\left(\frac{1}{9}\right)^{\log_2 \frac{1}{x}+4,5}$

3. $x^2\cdot 3^x-3^{x+1}\le 0$ тигезсезлеген чишегез.

КМ — 16

1. Тигезләмәне чишегез:

а) $5^{2x-3} - 2 \cdot 5^{x-2} = 3$; б) $\frac{x+3}{\sqrt{x-1}} = \sqrt{3x+1}$.

2. $\lg\left(x^2+2\right) > \lg(3x-7)$ тигезсезлеген чишегез.

3. $\begin{cases} xy + x + y = -1, \\ x^2y + xy^2 = -2 \end{cases}$ тигезләмәләр системасын чишегез.

КМ — 17

1. $f(x) = e^{x^2+1} + \left(\frac{1}{2}\right)^{-x}$ функциясенең чыгарылмасын табыгыз.

2. $f(x) = 3^{-x} + e^{x}$ функциясе өчен графигы $M(-1;\ 3)$ ноктасы аша үтүче башлангыч функцияне табыгыз.

3. $y = e^3 \lg^2 x + 2\lg^3 x$ функциясенең максимум һәм минимум нокталарын табыгыз.

КМ — 18

1. f функциясенең чыгарылмасын табыгыз:

а) $f(x) = \ln(3x+1) + \log_{\frac{1}{2}}(3x+1)$;

б) $f(x) = (x-1)^{\sqrt{2}+1}$.

2. Түбәндәге сызыклар белән чикләнгән фигураның мәйданын табыгыз:

а) $y = \frac{7}{x}$, $x + y = 8$; б) $y = x^{e}$, $y = x^{\pi}$.

3. $y(-2) = e^2$ шартын канәгатьләндерүче $y' = -\frac{1}{3}y$ дифференциаль тигезләмәнең чишелешен табыгыз.

КМ — 1

1. $\left(4+\sqrt{15}\right)\left(\sqrt{10}-\sqrt{6}\right)\sqrt{4-\sqrt{15}}$ исәпләгез.

2. Бер автопаркта 250 машина, аларның 24% ы үзбушаткычлар, икенче автопаркта 150 машина, аларның 8% ы үзбушаткычлар. Автоүзбушаткычлар ике автопарк машиналарының ничә процентын тәшкил итәр?

КМ — 2

1. Өчпочмакның яклары 3, 4, 5 саннарына пропорциональ. Иң зур як иң кечкенәсеннән 3,6 см га зуррак. Өчпочмакның периметрын һәм мәйданын табыгыз.

2. Тигезсезлекләр системасын чишегез:

$$\begin{cases} 1{,}25x - 0{,}12 > 0{,}3x + 0{,}07, \\ 1 - x \geq 0{,}5x - 4. \end{cases}$$

КМ — 3

1. Аңлатманы гадиләштерегез:

$$\left(a^{\frac{1}{3}} + b + \frac{4b^2 - a^{\frac{2}{3}}}{\sqrt[3]{a-b}}\right) : \left(\frac{a^{\frac{1}{3}}}{\sqrt[3]{a^2-b^2}} - \frac{2}{\sqrt[3]{a+b}} + \frac{1}{\sqrt[3]{a-b}}\right).$$

2. $\frac{1}{y-1} + \frac{1}{y+2} = \frac{2}{y^2-1}$ тигезләмәсен чишегез.

КМ — 4

1. $y = 5x^2 + 26x + 5$ функциясе өчен $y \geq 0$, $y \leq 0$ булырлык x үзгәрешлесенең кыйммәтләре күплеген табыгыз.

2. $2x^2 - 5x - 1$ квадрат өчбуынын тапкырлаучыларга таркатыгыз (әгәр мөмкин булса).

3. Тамырлары $\sqrt{7} - 1$ һәм $\sqrt{7} + 1$ саннары булган квадрат тигезләмә языгыз.

КМ — 5

1. Әгәр (a_n) арифметик прогрессиясендә $d = -3$, $a_1 = 2$, $S_n = -208$ икәне билгеле булса, прогрессиянең буыннар санын табыгыз.

2. Беренче буыны 2 һәм өченче буыны 0,5 булган чиксез геометрик прогрессия суммасын табыгыз.

3. 0,1 (076923) чиксез унарлы вакланманы гади вакланмага әйләндерегез.

КМ — 6

1. Аңлатманы гадиләштерегез:

а) $\frac{\sin 2\alpha}{1+\cos 2\alpha} \cdot \frac{\cos(\pi+\alpha)}{\cos(\pi-\alpha)-1}$; б) $\frac{\cos\alpha - 2\sin 3\alpha - \cos 5\alpha}{\sin\alpha + 2\cos 3\alpha - \sin 5\alpha}$.

2. Бердәйлекне исбатлагыз:

а) $\frac{2\cos\alpha\cos\beta - \cos(\alpha+\beta)}{\cos(\alpha-\beta) - 2\sin\alpha\sin\beta} = \frac{\cos(\alpha-\beta)}{\cos(\alpha+\beta)}$;

б) $\frac{\sin\left(\frac{\pi}{2}+2\alpha\right)+\cos\left(\frac{3\pi}{2}+2\alpha\right)}{\cos\alpha+\sin 3\alpha}\left(\sin(\pi+\alpha)+\cos(\pi-\alpha)\right) = -1$.

КМ — 7

1. Тигезләмәне чишегез:

а) $\sin 3x \cdot \operatorname{ctg} x = 0$; б) $\sin 4x - \sin 2x = \sin x$.

2. Тигезсезлекне чишегез:

а) $-\sin 3x \sin 4x + \frac{1}{2} < \cos 3x \cos 4x$; б) $\operatorname{tg}\left(5x + \frac{\pi}{6}\right) \geq \frac{\sqrt{3}}{3}$.

КМ — 8

1. y функциясенең билгеләнү өлкәсен табыгыз:

а) $y = \sqrt{x^2 - 6x + 8} + \frac{1}{\log_5(4-x)-1}$;

б) $y = \sqrt{2\cos x - \sqrt{3}}$; в) $y = \log_x \sin x$.

2. f функциясе җөпме, такмы, тикшерегез:

а) $f(x) = \left(x^5 + 1\right)\left(x + x^2\right)$; б) $f(x) = \sin^4 x + \cos 2x$;

в) $f(x) = |x| \sin x^3$.

3. f функциясенең иң кечкенә уңай периодын табыгыз:

а) $f(x) = \cos\left(3x - \frac{\pi}{3}\right)$; б) $f(x) = \sin^2 x$; в) $f(x) = |\operatorname{tg} x|$.

КМ — 9

1. f функциясе җөп, периоды 2 булган периодик, $[0;\ 0{,}5]$ кисемтәсендә кимүче, $[0{,}5;\ 1)$ аралыгында үсүче, 1 ноктасында билгеләнми (шуның өстенә x нын кыйммәте 1 гә омтылганда $f(x)$ та 1 гә омтыла, $[0;\ 1)$ аралыгында өзлексез, $f(0) = 2$, $f(0{,}5) = 0$. $(-5\ ;\ 5)$ аралыгында бу функция графигын схематик рәвештә сурәтләгез.

2. Схематик рәвештә функциянең графигын төзегез (чыгарылманы кулланмыйча), аның билгеләнү һәм кыйммәтләре өлкәләрен, үсү һәм киму аралыкларын, максимумнарын һәм минимумнарын табыгыз:

а) $f(x) = \frac{x-1}{x+1}$; б) $f(x) = x^4 - 2x^2 + 1$; в) $f(x) = \frac{1}{2}\operatorname{tg}^2 x$.

КМ — 10

1. Функциянең чыгарылмасын табыгыз:

а) $y = \left(\sqrt{2}x^4 - 2x^{\sqrt{2}}\right)\sqrt{x+1}$; б) $y = \frac{e^x}{\ln x}$;

в) $y = \sin x + \cos\frac{x}{2} + \operatorname{tg}^2\frac{x}{4}$.

2. Катлаулы функцияне дифференциаллау кагыйдәсен кулланып, $f(x) = \left(2x^3 + 3x^2\right)^{307}$ функциясенең чыгарылмасын табыгыз.

3. $y(0) = 2$, $y'(0) = 1$ шартларын канәгатьләндерүче $y'' = -\frac{1}{4}y$ дифференциаль тигезләмә чишелешен языгыз.

КМ — 11

1. Тигезсезлекне интерваллар методы белән чишегез:

а) $\frac{(x-1)^2(x-2)^3(x-3)^4}{x^5} \le 0$;

б) $\frac{\sqrt{x-1}\,(x-2)(x-3)^2}{(x+4)^2} \ge 0$;

в) $\frac{x}{x+1} > \frac{2x}{x+3} - \frac{1}{4}$.

2. $y = 3 - 10x$ турысына параллель һәм $f(x) = 2x^2 - 2x^3 + 5$ функциясе графигына орынма тигезләмәсен языгыз.

3. 1 кг массалы материаль нокта туры буйлап хәрәкәт итә. Вакытның t моментында аның координатасы $x(t) = 2t^2 - \frac{1}{t} - \ln|t|$ га тигез. Әгәр x — метрлар, t секундлар белән үлчәнсә, вакытның t моментында аңа тәэсир итүче көчне табыгыз.

КМ — 12

1. Очлары 0 һәм x булган кисемтәдә $f(x) = \max\left(z^3 - 3z\right)$ функциясенең графигын төзегез.

2. $f(x) = 3x^5 - 5x^3 + 1$ функциясенең үсү һәм кимү аралыкларын һәм экстремумнарын табыгыз.

Графигын төзегез.

КМ — 13

1. $(-2;\ 1)$ аралыгында $f(x) = 3x^4 - 8x^3 + 6x^2 + 5$ функциясенең иң зур һәм иң кечкенә кыйммәтләрен табыгыз.

2. Радиусы 3 булган ярымшар эченә конус камалган, конусның түбәсе ярымшарның үзәге белән тәнгәл килә. Нигезенең радиусы нинди булганда конусның күләме иң зур булыр?

КМ — 14

1. $(0;\ \infty)$ аралыгында $F(x) = x - \ln x^3$ функциясе $f(x) = \frac{x-3}{x}$ функциясе өчен башлангыч функция булуын исбатлагыз.

2. $f(x) = x^{\sqrt{2}} - 3x^3 + \frac{1}{(x+2)^2}$ функциясе өчен башлангыч функцияләрнең гомуми күренешен табыгыз.

3. Исәпләгез:

а) $\int\limits_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}} \left(\cos\frac{3x}{2} + \sin\frac{3x}{2}\right) dx$;   б) $\int\limits_0^4 x^2\sqrt{x}\, dx$.

4. $y = 4 + 3x - x^2$, $y = x + 1$ сызыклары белән чикләнгән фигураның мәйданын табыгыз.

КМ — 15

1. $36^{\log_6 5} + 10^{1-\lg 2} - 3^{\log_9 36}$ аңлатмасын гадиләштерегез.

2. Тигезләмәне чишегез:

а) $\lg^2(2x-1) = \lg(x-0{,}5) + \lg 2$; б) $5^{\log_3^2 x - \log_3 x^3} = \frac{1}{25}$.

3. $3^{x^2-x-3} \geq 27$ тигезсезлеген чишегез.

КМ — 16

1. Тигезләмәне чишегез:

а) $2^{x+1} + 0{,}5^{x-1} = 5$; б) $\sqrt{3x+4} + \sqrt{x-4} = 2\sqrt{x}$.

2. $\log_8\left(x^2 - 4x + 3\right) < 1$ тигезсезлеген чишегез.

3. Тигезләмәләр системасын чишегез:

$$\begin{cases} (x-y)\,xy = 30, \\ (x+y)\,xy = 120. \end{cases}$$

КМ — 17

1. $\sin x^{\cos x} = e^{\cos x \ln \sin x}$ бердәйлеген кулланып, $f(x) = \sin x^{\cos x}$ функциясенең чыгарылмасын табыгыз.

2. $f(x) = (2x-1)\,e^{x^2-x}$ функциясе өчен башлангыч функцияләрнең гомуми күренешен языгыз.

3. $f(x) = e^x - x - 1$ функциясенең үсү һәм кимү аралыкларын табыгыз һәм, $x > 0$ булганда, $e^x > x + 1$ тигезсезлеген исбатлагыз.

КМ — 18

1. $f(x) = (x-1)x^{\sqrt{2}} + e^{2x} + \frac{1}{2x}$ функциясе өчен башлангыч функцияләрнең гомуми күренешен табыгыз.

2. Функциянең графигын төзегез:

а) $f(x) = 2^{\log_2 x}$; б) $f(x) = 2^{\lg x}$.

3. $y' = -\sqrt{2}y$ дифференциаль тигезләмәсе чишелешләренең гомуми күренешен языгыз.

Вариант 8

КМ — 1

1. $\sqrt{3-\sqrt{5}}\left(3+\sqrt{5}\right)\left(\sqrt{10}-\sqrt{2}\right)$ аңлатмасын исәпләгез.

2. Беренче өемдә 150 дәфтәр, аларнын 32% ы шакмаклы дәфтәрләр, икенче өемдә 210 дәфтәр, аларның 20% ы шакмаклы дәфтәрләр. Шакмаклы дәфтәрләр барлык дәфтәрләрнең ничә процентын тәшкил итәләр?

КМ — 2

1. Өчпочмакның яклары 3, 4, 5 саннарына пропорциональ. Иң зур ягы калган ике ягы суммасыннан 2,4 см га кимрәк. Өчпочмакның периметрын һәм мәйданын табыгыз.

2. Тигезсезлекләр системасын чишегез:

$$\begin{cases} 3{,}4x-(x+0{,}6)<0{,}6x, \\ 16{,}5+2{,}5(2x-2{,}4)\geq 1{,}5x. \end{cases}$$

КМ — 3

1. Аңлатманы гадиләштерегез:

$$\left(b^{\frac{1}{3}}-2a+\frac{4a^2-4\sqrt[3]{b^2}}{2a+\sqrt[3]{b}}\right):\left(\frac{2a}{b^{\frac{2}{3}}-4a^2}+\frac{2}{2a-b^{\frac{1}{3}}}-\frac{1}{2a+b^{\frac{1}{3}}}\right).$$

2. Тигезләмәне чишегез:

$$\frac{2}{2-y}=\frac{2}{y^2-1}+\frac{1}{y+1}.$$

КМ — 4

1. $y = 6x^2 + 37x + 6$ функциясе өчен $y \le 0$, $y \ge 0$ булырлык x үзгәрешлесенең кыйммәтләр күплеген табыгыз.

2. $3x^2 - 4x - 2$ квадрат өчбуынын тапкырлаучыларга таркатыгыз (әгәр мөмкин булса).

3. Тамырлары $\sqrt{6} - 2$ һәм $\sqrt{6} + 2$ саннары булган квадрат тигезләмә языгыз.

КМ — 5

1. Әгәр (a_n) арифметик прогрессиясендә $a_1 = 48$, $a_2 = 44$, $S_n = 300$ булса, аның буыннар санын табыгыз.

2. Әгәр $b_1 = -9$, $b_5 = -\frac{1}{9}$ булса, (b_n) чиксез геометрик прогрессиясенен суммасын табыгыз.

3. 0,2 (153846) чиксез унарлы вакланманы гади вакланмага әйләндерегез.

КМ — 6

1. Аңлатманы гадиләштерегез:

а) $\frac{\sin(\pi-\alpha)(\cos\alpha-\sin\alpha)+1}{1+\mathrm{ctg}\alpha}$;

б) $\sin\left(\alpha-\frac{\pi}{2}\right)\cos\alpha-\sin^2(\pi-\alpha)\sin^2\alpha-\cos^2(\pi-\alpha)\cos^2\left(\frac{3\pi}{2}+\alpha\right)$.

3. Бердәйлекне исбатлагыз:

а) $\frac{2\sin 4\alpha\left(1-\mathrm{tg}^2 2\alpha\right)}{1+\mathrm{ctg}^2\left(\frac{\pi}{2}+2\alpha\right)} = \sin 8\alpha$;

б) $\frac{\cos 2x+5\cos 3x+\cos 4x}{\sin 2x+5\sin 3x+\sin 4x} = \mathrm{ctg}3x$.

КМ — 7

1. Тигезләмәне чишегез:

а) $\frac{\cos 2x-\sin 4x}{\sin 2x-1}=0$; б) $\sqrt{3}\sin 2x-6\cos^2 x=-3$.

2. Тигезсезлекне чишегез:

а) $\cos^2 x-\frac{1}{2}<\sin^2(\pi+x)$; б) $\frac{1}{\mathrm{ctg}\left(x+\frac{\pi}{4}\right)}<\frac{\sqrt{3}}{3}$.

КМ — 8

1. y функциясенен билгеләнү өлкәсен табыгыз:

а) $y=\sqrt{3x^2+2x-1}+\frac{1}{\lg(2-x)-1}$;

б) $y=\sqrt{\sin^2 x-\frac{1}{2}}$; в) $y=\log_x \cos x$.

2. f функциясе җөпме, такмы, тикшерегез:

а) $f(x)=\left(x^3+x\right)\left(x^4-x^2\right)$;

б) $f(x)=\frac{\mathrm{tg}x \sin|x|}{\cos x^2}$; в) $f(x)=\sqrt{x^2-3}$.

3. y функциясенен иң кечкенә уңай периодын табыгыз:

а) $f(x)=\sin\left(5x-\frac{\pi}{7}\right)$; б) $f(x)=\cos|x|$;

в) $f(x)=|\mathrm{ctg}\, x|$.

КМ — 9

1. f функциясе так, периоды 4 кә тигез периодик, [0; 1] кисемтәсендә кимүче, [1; 2) аралыгында үсүче, 2 ноктасында билгеләнми (өстәвенә x ның кыйммәте 2 гә омтылганда $f(x)$ 1 гә омтыла), [0; 2) аралыгында өзлексез, $f(1) = -1$. [–8; 8] аралыгында бу функция графигын схематик рәвештә сурәтләгез.

2. f функциясенең графигын схематик рәвештә сурәтләгез (чыгарылманы кулланмыйча), шулай ук аның билгеләнү һәм кыйммәтләре өлкәләрен, үсү һәм кимү аралыкларын, максимумнарын һәм минимумнарын табыгыз:

а) $f(x) = \frac{x+1}{x-1}$; б) $f(x) = x^4 - 8x^2 + 16$;

в) $f(x) = \frac{1}{2}\operatorname{ctg}^2 x$.

КМ — 10

1. y функциясенең чыгарылмасын табыгыз:

а) $y = \left(\sqrt{3}x^5 - 5x^{\sqrt{3}}\right)\sqrt{x-1}$; б) $y = \frac{\ln x}{e^x}$;

в) $y = \sin 3x + \cos\frac{x}{3} - \operatorname{ctg}^2\frac{x}{3}$.

2. Катлаулы функцияне дифференциаллау кагыйдәсен кулланып, $f(x) = \left(3x^2 - 2x^3\right)^{119}$ функциясенең чыгарылмасын табыгыз.

3. $y(0) = 3$, $y'(0) = -1$ шартларын канәгатьләндерүче $y'' = -\frac{1}{9}y$ дифференциаль тигезләмәсенең чишелешен языгыз.

КМ — 11

1. Тигезсезлекне интерваллар методы белән чишегез:

а) $\frac{(x+1)(x+2)^2(x+3)^3}{x^4} \geq 0$; б) $\frac{\sqrt{x+1}\,(x-3)^2 x^3}{(x-1)^2} < 0$;

в) $\frac{x}{1-x} > \frac{2x}{3-x} + \frac{1}{4}$.

2. $y = 5 - 24x$ турысына параллель һәм $f(x) = (x-1)^2(x-3)^2$ функциясе графигына орынма тигезләмәсен языгыз.

3. 5 кг массалы материаль нокта туры буйлап хәрәкәт итә. Вакытның t моментында аның координатасы $x(t) = t^3 - \ln|2t| + t$ га тигез. Әгәр x — метрлар, t секундлар белән үлчәнсә, вакытның t моментында ноктага тәэсир итүче көчне табыгыз.

КМ — 12

1. $f(x) = \max\limits_{[x,\, x+1]} (z^3 - 3z)$ функциясенең графигын төзегез.

2. $f(x) = 10x^6 - 12x^5 - 15x^4 + 20x^3$ функциясенең үсү һәм кимү аралыкларын табыгыз. Аның графигын төзегез.

КМ — 13

1. $(-1;\ 1)$ аралыгында $f(x) = 4x^5 - 15x^4 - 3$ функциясенең иң зур һәм иң кечкенә кыйммәтләрен табыгыз.

2. Радиусы 4 булган ярымшар эченә цилиндр камалган. Цилиндрның нигез яссылыгы ярымшарны чикләүче яссылык белән тәңгәл килә. Цилиндрның күләме иң зур булганда, аның биеклеген табыгыз.

КМ — 14

1. $(0;\ \infty)$ аралыгында $F(x)=x+\ln x^3$ функциясе $f(x)=\frac{x+3}{x}$ функциясе өчен башлангыч функция булуын исбатлагыз.

2. $f(x)=x^{\sqrt{3}}-\sin(2x+1)-\frac{1}{(2x+1)^2}$ функциясе өчен башлангыч функцияләрнең гомуми күренешен языгыз.

3. Исәпләгез:

а) $\int\limits_{[illegible]}^{[illegible]}\left(\frac{\cos 4x}{2}+\frac{1}{4}\right)dx$; б) $\int\limits_0^8 x\sqrt[3]{x}\,dx$.

4. $y=-x^2+4$, $y=x^2-2x$ сызыклары белән чикләнгән фигураның мәйданын табыгыз.

КМ — 15

1. $\left(81^{\frac{1}{4}-\frac{1}{2}\log_9 4}+25^{\log_{125} 8}\right)\cdot 49^{\log_7 2}$ аңлатмасын гадиләштерегез.

2. Тигезләмәне чишегез:

а) $\log_x 2+\log_2 x=3\frac{1}{3}$; б) $6^{\log_5^2 x-\log_5 x^4}=\sqrt{\left(\frac{1}{36}\right)^{-5}}$.

3. $4^{-|x-5|}\le 0{,}125$ тигезсезлеген чишегез.

КМ — 16

1. Тигезләмәне чишегез:

а) $5^x-0{,}2^{x-1}=4$; б) $\sqrt{x+1}+\sqrt{4x+13}=\sqrt{3x+12}$.

2. $\log_{0,3}\left(x^2-5x+7\right)>0$ тигезсезлеген чишегез.

3. $\begin{cases}(x-y)x^2y^2=4,\\(x+y)x^2y^2=12\end{cases}$ тигезләмәләр системасын чишегез.

КМ — 17

1. $\cos x^{\sin x} = e^{\sin x \ln \cos x}$ бердәйлеген кулланып, $f(x) = \cos x^{\sin x}$ функциясенең чыгарылмасын табыгыз ($\cos x > 0$ булганда).

2. $f(x) = \left(3x^2 + 1\right) e^{x^3 + x}$ функциясе өчен башлангыч функцияләрнең гомуми күренешен языгыз.

3. $f(x) = 2^x - x \ln 2 - 1$ функциясенең үсү һәм кимү аралыкларын табыгыз һәм, $x > 0$ булганда, $2^x > x \ln 2 + 1$ тигезсезлеген исбатлагыз.

КМ — 18

1. $f(x) = (x + 1) x^{\sqrt{3}} + e^{0,5x} + \frac{2}{x}$ функциясе өчен башлангыч функцияләрнең гомуми күренешен табыгыз.

2. f функциясенең графигын төзегез:

а) $f(x) = \log_{\frac{1}{x}} x$;   б) $f(x) = 2^{|\log_2 x| + 1}$.

3. $y' = \frac{y}{\sqrt{3}}$ дифференциаль тигезләмәсе чишелешләренең гомуми күренешен языгыз.

КМ — 1

1. $\sqrt[3]{45+29\sqrt{2}} - \sqrt[3]{45-29\sqrt{2}} = 2\sqrt{2}$ тигезлеген тикшерегез.

2. Хуҗабикә тишек бидонга керосин сала. Әгәр 3 сәгатьтән соң калган керосин бидонга салып бер сәгатьтән соң булган керосиннан 19% ка кимрәк булса, 1 сәгать эчендә күпме (процентларда) керосин аккан?

3. Аңлатманы гадиләштерегез һәм, $x = 5$ булганда, аның кыйммәтен исәпләгез:

$$\frac{x^2+2x-3+(x+1)\sqrt{x^2-9}}{x^2-2x-3+(x-1)\sqrt{x^2-9}}.$$

КМ — 2

1. Өчпочмак почмакларының синуслары 5, 12, 13 саннарына пропорциональ. Әгәр өчпочмакны камаучы әйләнәнең радиусы 6,5 см булса, өчпочмакның периметрын һәм мәйданын табыгыз.

2. Тигезсезлекләр системасын чишегез:

$$\begin{cases} x^2 + x - 1 \geq -1 - 4x - x^2, \\ |x| < 6. \end{cases}$$

КМ — 3

1. $\frac{4a^{0.25}+bc^{1.5}}{(4+c^{1.5})(a^{0.25}-b)} + \frac{a^{\frac{1}{4}}c^{\frac{3}{2}}-4b}{(4-c^{1.5})(\sqrt[4]{a}-b)}$ аңлатмасын гадиләштерегез.

2. $\frac{1}{2-y^2} = \frac{2}{y^4-1} + \frac{1}{y^2+1}$ тигезләмәсен чишегез.

КМ — 4

1. $3x^4 - 10x^2 + 3$ күпбуынын тапкырлаучыларга таркатыгыз (әгәр мөмкин булса).

2. b параметрының ($b \neq 0$) нинди кыйммәтләре өчен $2b^2 x^2 - bx - 1 = 0$ квадрат тигезләмәсенең ике тамыры да модуле буенча 1 дән кечерәк?

3. $x^2 + x - 1 = 0$ тигезләмәсе тамырларының дүртенче дәрәҗәләре суммасын табыгыз.

КМ — 5

1. Арифметик прогрессиянең өченче һәм тугызынчы буыннары суммасы 6 га, ә аларның тапкырчыгышы $\frac{135}{16}$ кә тигез. Бу прогрессиянең беренче 15 буыны суммасын табыгыз.

2. $1 + 11 + 111 + \ldots + \underbrace{111 \ldots 11}_{1991 \text{ мәртәбә}}$ суммасын табыгыз.

3. $1 + 2 \cdot 2^1 + 3 \cdot 2^2 + 4 \cdot 2^3 + \ldots + p \cdot 2^{p-1}$ суммасын табыгыз.

КМ — 6

1. Аңлатманы гадиләштерегез:

а) $2\left(\sin^4 \alpha + \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha + \cos^4 \alpha\right)^2 - \sin^8 \alpha - \cos^8 \alpha$;

б) $\cos\frac{\pi}{15} \cos\frac{2\pi}{15} \cos\frac{3\pi}{15} \cos\frac{4\pi}{15} \cos\frac{5\pi}{15} \cos\frac{6\pi}{15} \cos\frac{7\pi}{15}$.

2. $\frac{3-4\cos 2\alpha+\cos 4\alpha}{3+4\cos 2\alpha+\cos 4\alpha} = \operatorname{tg}^4\alpha$ бердәйлеген исбатлагыз.

3. $\alpha + \beta + \gamma = \pi$ икәне билгеле. $\operatorname{tg}\alpha + \operatorname{tg}\beta + \operatorname{tg}\gamma = \operatorname{tg}\alpha \operatorname{tg}\beta \operatorname{tg}\gamma$ булуын исбатлагыз.

КМ — 7

1. Тигезләмәне чишегез:

а) $(\sin x + \sqrt{3}\cos x)\sin 4x = 2$;

б) $\cos\frac{x}{5}\cos\frac{2x}{5}\cos\frac{4x}{5} = \frac{1}{8}$.

2. Тигезсезлекне чишегез:

а) $2\text{tg}2x \le 3\text{tg}x$; б) $\sin\left(\frac{4\pi}{3}\cos(\pi x)\right) \ge \frac{\sqrt{3}}{2}$.

КМ — 8

1. y функциясенең билгеләнү өлкәсен табыгыз:

а) $y = \sqrt{-6\sin^2 x + 5\sin x - 1}$; б) $y = \log_2 \log_4 \log_8 x$;

в) $y = \log_{\sin x} \cos 2x$.

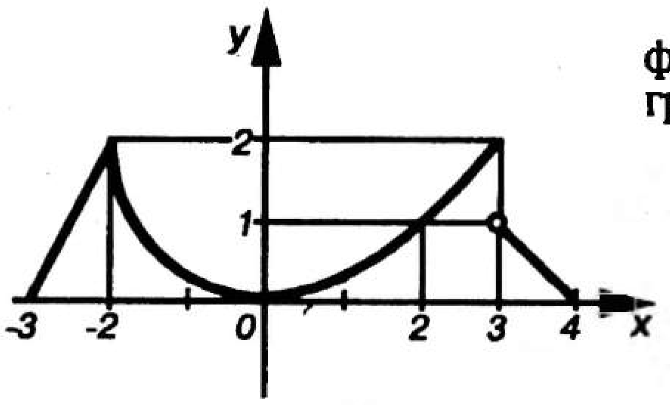
2. f функциясе җөпме яки такмы, тикшерегез:

а) $f(x) = \cos^2 x - \text{tg}x^4$; б) $f(x) = \ln\left(x + \sqrt{x^2 - 1}\right)$;

в) $f(x) = \text{tg ctg}\, x - \text{ctg tg}\, x$.

3. f функциясенең так һәм $[0;\ \infty)$ аралыгында үсүе билгеле. $|f(x)| \ge f(3)$ тигезсезлеген чишегез.

КМ — 9



Рәс. 21

1. f функциясенең графигы буенча y функциясенең графигын төзегез:

а) $y = f(x) + 2$;

б) $y = f(x - 1)$;

в) $y = f(3x - 1) + 2$;

г) $y = |f(x)|$;

д) $y = f(|x|)$;

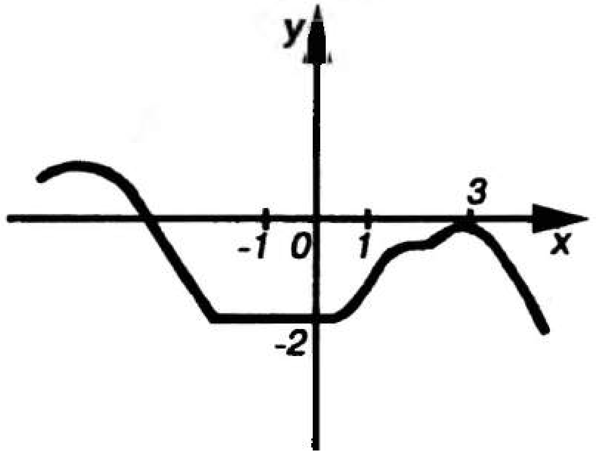
е) $y = |f(-|x|)|$.

2. y функциясенең графигын төзегез:

а) $y = 2^{\log_2(|x|-1)}$; б) $y = \log_{|x|} 2$; в) $y = \left|\sin x - \frac{1}{2}\right|$;

г) $y = \arcsin(\sin x)$.

КМ — 10



Рәс. 22

1. Түбәндәге функцияләрнең чыгарылмаларын табыгыз:

а) $f(x) = x^2 \sin \frac{1}{x}$ 0 ноктасында (әгәр $f(0) = 0$ булса);

б) $y = \lg\left(x^{\sqrt{3}} + 2x^{-1}\right)^5$;

в) $y = \left(\frac{x}{2}\right)^x$.

2. f функциясе графигының эскизы буенча (22 нче рәсем) f' функциясе графигы эскизын төзегез.

3. y_1 һәм y_2 $y'' = -2y$ дифференциаль тигезләмәсенең тамырлары булсыннар. $3y_1 + \frac{1}{4}y_2$ функциясе дә бу дифференциаль тигезләмәнең шулай ук чишелеше булуын исбатлагыз.

КМ — 11

1. Интерваллар методы белән чишегез:

а) $x^4+3x^3+2x^2+3x+1<0$;

б) $4x^2-12x\sqrt{1-x}<27(1-x)$; в) $\frac{\mathrm{tg}^2x-3}{\mathrm{tg}x\left(1-\mathrm{tg}^2x\right)}\geq 0$.

2. $M(4;\ 1)$ ноктасы аша үтүче $f(x)=x^2-2x+2$ функциясе графигына орынмалар тигезләмәләрен языгыз.

КМ — 12

1. $f(x)=\frac{x^3-x^2}{e^{-x}}$ функциясенең үсү һәм кимү аралыкларын һәм экстремум нокталарын табыгыз.

2. Элек чыгарылма ярдәмендә тикшереп, $f(x)=\frac{1}{x+1}-\frac{1}{x-1}$ функциясенең графигын төзегез. Абсциссасы $x_0=-2$ ноктасында функция графигына орынма тигезләмәсен языгыз.

КМ — 13

1. Әгәр $x\in[0;\ \pi]$ булса, $f(x)=\cos x+\frac{1}{2}\cos 2x$ функциясе кыйммәтләре нинди чикләрдә үзгәрәләр?

2. Күләме бирелгәндә тулы өслеге иң кечкенә булсын өчен, цилиндр биеклегенең нигез радиусына чагыштырмасын табыгыз.

КМ — 14

1. $f(x) = e^x \sin x$ һәм $h(x) = e^x \cos x$ функцияләренең чыгарылмалары формулаларын кулланып, $f(x) = e^x \sin x$ функциясе өчен башлангыч функцияне табыгыз.

2. Интегралны исәпләгез:

а) $\int\limits_{-2}^{14} \sqrt[3]{\left(1 + \frac{x}{2}\right)^2}\, dx$; б) $\int\limits_{-\pi}^{\pi} \cos x \cos 2x \, dx$.

3. $\int\limits_{-a}^{0} f(x)\,dx = \int\limits_{0}^{a} f(x)\,dx$ тигезлегенең f функциясе җөп булганда дөреслеген исбатлагыз.

4. $y = x^2$, $y = 4x - 4$, $x = 0$ сызыклары белән чикләнгән фигура мәйданын табыгыз.

КМ — 15

1. $a^{\frac{\log_b \log_b N}{\log_b a}}$ аңлатмасын гадиләштерегез.

2. Тигезләмәне чишегез:

а) $\log_{10} x + \log_{\sqrt{10}} x + \log_{\sqrt[3]{10}} x + \ldots + \log_{\sqrt[10]{10}} x = 5{,}5$;

б) $3^x + \log_2 x = 10$.

3. $3^{\lg x + 2} < 3^{\lg x^2 + 5} - 2$ тигезсезлеген чишегез.

КМ — 16

1. Тигезләмәне чишегез:

а) $2\lg(\lg x) = \lg(3 - 2\lg x)$; б) $\sqrt[3]{x+7} - \sqrt{x+3} = 0$.

2. $\left(\frac{2}{5}\right)^{\log_{0,25}(x^2-5x+8)} \le 2,5$ тигезсезлеген чишегез.

3. $\begin{cases} \sqrt{x+y} + \sqrt{xy+21} = 13, \\ \sqrt[4]{x+y} + \sqrt[4]{xy+21} = 5, \\ xy > 0 \end{cases}$ системасын чишегез.

КМ — 17

1. $y = 4^x$ функциясен канәгатьләндерүче дифференциаль тигезләмә языгыз.

2. $g(x) = e^{\ln g(x)}$ тигезлеген кулланып, $f(x) = g(x)^{h(x)}$ функциясенең чыгарылмасы формуласын чыгарыгыз.

3. $f(x) = P_4(x)e^x$ функциясе өчен башлангыч функцияне

$$F(x) = e^x\left(P_4(x) - P_4'(x) + P_4''(x) - P_4'''(x) + P_4^{(IV)}(x)\right)$$ формуласы

буенча табарга мөмкинлекне исбатлагыз, биредә $P_4(x)$ — дәрәҗәсе 4 тән югары булмаган күпбуын.

КМ — 18

1. Элек $f(x) = x - \ln(1 + x)$ функциясен тикшереп, $x > 0$ булганда, $\ln(1 + x) < x$ тигезсезлеген исбатлагыз.

2. Элек $F_1(x) = \ln^2 x$ функциясе нинди функция өчен башлангыч функция булуын ачыклап, $f(x) = \frac{\ln 2 + \ln x}{x} + x^{\pi}$ функциясе өчен $(0;\ \infty)$ аралыгында башлангыч функцияне табыгыз.

3. Җисем 45 м ны 3 с та, ә 90 м ны 6 с та үтә. Әгәр җисемнең тизлеге координатасына пропорциональ булса, координатасының вакытка бәйлелеген табыгыз.

Вариант 10

КМ — 1

1. $\sqrt{8+2\sqrt{10+2\sqrt{5}}} - \sqrt{8-2\sqrt{10+2\sqrt{5}}} = \sqrt{20-4\sqrt{5}}$ тигезлеген тикшерегез.

2. Савыттан су парга әйләнә. Әгәр 4 көннән соң калган су бер көн үткәннән соң булган су микъдарыннан 48,8% ка кимрәк булса, бер көн эчендә күпме су (процентларда) парга әйләнә?

3. Аңлатманы гадиләштерегез һәм, $t = 5{,}2$ булганда, аның кыйммәтен табыгыз:

$$\frac{t^2-t-6-(t+3)\sqrt{t^2-4}}{t^2+t-6-(t-3)\sqrt{t^2-4}}.$$

КМ — 2

1. Өчпочмак почмаклары синуслары 12, 35, 37 саннарына пропорциональ. Әгәр өчпочмакны камаучы әйләнәнең радиусы 18,5 см га тигез булса, өчпочмакның периметрын һәм мәйданын табыгыз.

2. $\begin{cases} x^2+x+1 > -2-9x-2x^2, \\ |x| < 4 \end{cases}$ тигезсезлекләр системасын чишегез.

КМ — 3

1. $\dfrac{a^{\frac{1}{3}}c^2-3b^{\frac{1}{2}}}{(c^2+3)\left(a^{\frac{1}{3}}+\sqrt{b}\right)} + \dfrac{3a^{\frac{1}{3}}+b^{\frac{1}{2}}c^2}{(c^2-3)\left(a^{\frac{1}{3}}+\sqrt{b}\right)}$

аңлатмасын гадиләштерегез.

2. $\dfrac{1}{y^2-1} + \dfrac{2}{y^2+2} = \dfrac{2}{y^4-1}$ тигезләмәсен чишегез.

КМ — 4

1. $2x^4+5x^2+2$ күпбуынын тапкырлаучыларга таркатыгыз (әгәр мөмкин булса).

2. b $(b \neq 0)$ параметрының нинди кыйммәтләре өчен $2b^2x^2-bx-3=0$ тигезләмәсенең ике тамыры да модуле буенча 1 дән зур түгел?

3. $x^2-2x-2=0$ квадрат тигезләмәсе тамырларының дүртенче дәрәҗәләре суммасын табыгыз.

КМ — 5

1. Арифметик прогрессиянең өченче һәм алтынчы буыннары тапкырчыгышы 406 га тигез. Бу прогрессиянең тугызынчы буынын аның дүртенче буынына бүлүдән чыккан өлеш 2, ә калдыгы 6. Прогрессиянең беренче буынын һәм аермасын табыгыз.

2. $3+33+\ldots+\underbrace{333\ldots33}_{1992\ \text{мәртәбә}}$ суммасын табыгыз.

3. $1+2\cdot\frac{1}{3}+3\cdot\left(\frac{1}{3}\right)^2+\ldots+p\cdot\left(\frac{1}{3}\right)^{p-1}$ суммасын табыгыз.

КМ — 6

1. Аңлатманы гадиләштерегез:

а) $\cos\alpha\cos\frac{\alpha}{2}\cos\frac{\alpha}{4}\ldots\cos\frac{\alpha}{2^n}$, $\alpha\neq 2^n k\pi$, $k\in Z$;

б) $\frac{-\sin 47^\circ-\sin 61^\circ+\sin 11^\circ+\sin 25^\circ}{\cos 7^\circ}$.

2. Бердәйлекне исбатлагыз:

$$\operatorname{cosec}\alpha+\operatorname{cosec}2\alpha+\operatorname{cosec}4\alpha+\ldots+\operatorname{cosec}2^n\alpha=\operatorname{ctg}\frac{\alpha}{2}-\operatorname{ctg}2^n\alpha.$$

3. $3\sin\beta=\sin(2\alpha+\beta)$ икәне билгеле. $\operatorname{tg}(\alpha+\beta)=2\operatorname{tg}\alpha$ булуын исбатлагыз.

КМ – 7

1. Тигезләмәне чишегез:

а) $\sqrt{2}(\sin x + \cos x) = \operatorname{tg} x + \operatorname{ctg} x$;

б) $2\sin 7x + \sqrt{3}\cos 3x + \sin 3x = 0$.

2. Тигезсезлекне чишегез:

а) $\cos x - \sin x - \cos 2x > 0$; б) $\sqrt{5 - 2\sin x} \geq 6\sin x - 1$.

КМ – 8

1. y функциясенең билгеләнү өлкәсен табыгыз:

а) $y = \sqrt{8\cos^2 x - 6\cos x + 1}$; б) $y = \log_{\frac{1}{2}} \log_{\frac{1}{4}} \log_{\frac{1}{8}} x$;

в) $y = \log_{\cos x} \sin 2x$.

2. f функциясе җөпме яки такмы, тикшерегез:

а) $f(x) = \operatorname{tg}^3 x - \sin x^5$; б) $f(x) = \ln\left|\frac{x-1}{x+1}\right|$;

в) $f(x) = \sin x \cos x - \cos x \sin x$.

3. f функциясенең җөп булуы, кимүе һәм $[0;\ \infty)$ аралыгында уңай булуы билгеле. $|f(x)| < f(2)$ тигезсезлеген чишегез.

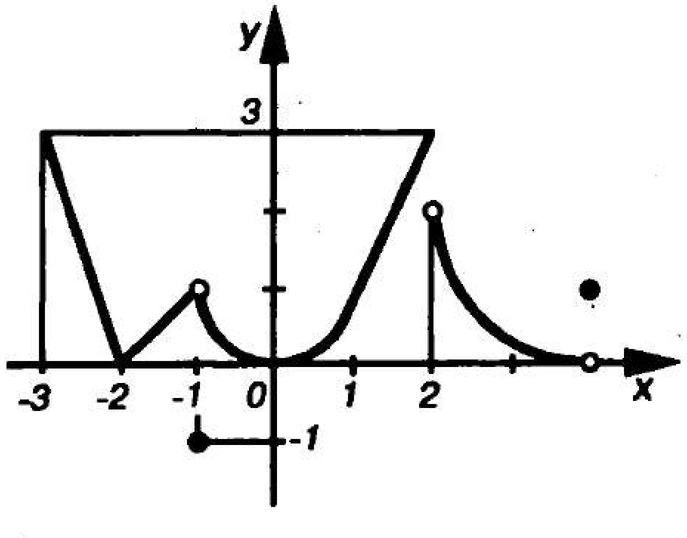
КМ – 9

1. Бирелгән $f(x)$ функциясе графигы буенча (23 нче рәсем) y функциясенең графигын төзегез:

а) $y = f(x) - 3$; б) $y = f(x+2)$; в) $y = f(2x-1) + 1$;

г) $y = |f(x)|$; д) $y = f(|x|)$;

е) $y = |f(-|x|)|$.



Рәс. 23

2. y функциясенең графигын төзегез:

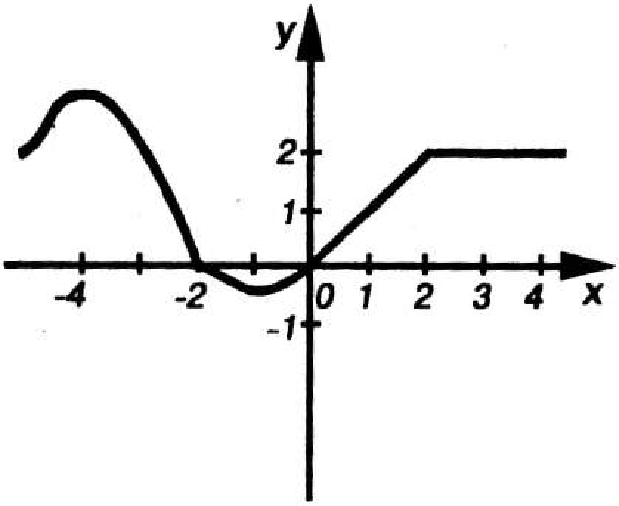
а) $y = 3^{\log_{\frac{1}{3}}(|x+1|-1)}$;

б) $y = \log_{x^2} \frac{1}{2}$;

в) $y = \left|\cos x + \frac{1}{2}\right|$;

г) $y = \arccos(\cos x)$.

КМ — 10



Рәс. 24

1. y функциясенең чыгарылмасын табыгыз:

а) 0 ноктасында $y = x|x|$;

б) $y = 2^{(x-1)^{15}}$; в) $y = \ln x^{\ln x}$.

2. f функциясенең эскизы (24 нче рәсем) буенча f' функциясе графигының эскизын төзегез.

3. $y'' = -\frac{1}{2}y$ дифференциаль тигезләмәсенең ике чишелеше y_1 һәм y_2 булсын. $\frac{1}{3}y_1 - 4y_2$ функциясе дә бу дифференциаль тигезләмәнең чишелеше булуын исбатлагыз.

КМ — 11

1. Тигезсезлекне интерваллар методы белән чишегез:

а) $\frac{1}{x+2} + \frac{2}{x+3} < \frac{3}{x+4}$;

б) $4x^2 + 12x\sqrt{1+x} < 27 \cdot (1+x)$;

в) $\frac{(\operatorname{tg}^2 x - 1)\operatorname{tg} x}{3 - \operatorname{tg}^2 x} \le 0$.

2. $M(-1;\ -4)$ ноктасы аша үтүче $f(x) = x^2 - 2x - 3$ функция графигына орынмалар тигезләмәләрен языгыз.

КМ — 12

1. $f(x)=\frac{2\ln^2 x+3\ln x}{x}$ функциясенең үсү һәм кимү аралыкларын һәм экстремум нокталарын табыгыз.

2. Элек чыгарылма кулланып тикшереп, $f(x)=\frac{x^2+5}{x^2-1}$ функциясенең графигын төзегез. Абсциссасы $x_0=2$ ноктасындагы функция графигына орынма тигезләмәсен языгыз.

КМ — 13

1. Әгәр $x\in\left[-\frac{\pi}{2};\ \frac{\pi}{3}\right]$ булса, $f(x)=\sin^2 x+\frac{1}{2}\sin 2x$ функциясенең кыйммәтләре нинди чикләрдә үзгәрә?

2. Күләме бирелгән конусның ян өслек мәйданы иң кечкенә булса, биеклегенең нигез радиусына чагыштырмасын табыгыз.

КМ — 14

1. $g(x)=e^x\sin x$ һәм $f(x)=e^x\cos x$ функцияләренең чыгарылмалары формулаларын кулланып, $f(x)=e^x\cos x$ функциясе өчен башлангыч функцияне табыгыз.

2. Интегралны исәпләгез:

а) $\int_0^{-4}\sqrt{(4-3x)^3}\,dx$;   б) $\int_{-\pi}^{\pi}\sin x\sin 2x\,dx$.

3. Так f функциясе өчен $\int_{-a}^{a}f(x)\,dx=0$ тигезлеге дөрес булуын исбатлагыз.

4. $y=x^3,\ y=-x^2+4x+4;\ x\geq-1$ сызыклары белән чикләнгән фигураның мәйданын табыгыз.

КМ — 15

1. $2^{\sqrt{\log_2 x}} - x^{\sqrt{\log_x 2}}$ $(x > 1)$ анлатмасын гадиләштерегез.

2. Тигезләмәне чишегез:

а) $2^{-|x|} = \frac{1}{2\sqrt{2}}(|x+1|+|x-1|)$;

б) $2^x + \log_3 x = 9$.

3. $\log_{\cos^2 x} \sin x > 1$ тигезсезлеген чишегез.

КМ — 16

а) $2\log_5(\lg x) = \log_5(10 - 9\lg x)$;

б) $\sqrt{3x^2 - 2x + 15} + \sqrt{3x^2 - 2x + 8} = 7$.

2. $0{,}5^{\sqrt{3}} < 0{,}5^{\frac{\sin 2x}{1-\cos 2x}} \le 0{,}5$ тигезсезлеген чишегез.

3. $\begin{cases} \sqrt{\frac{3x-2y}{2x}} + \sqrt{\frac{2x}{3x-2y}} = 2, \\ x^2 - 18 = 2y(4y-9) \end{cases}$ системасын чишегез.

КМ — 17

1. $y = 3^{-2x}$ функциясен канәгатьләндерүче дифференциаль тигезләмә языгыз.

2. Элек $f(x) = e^{-x} + x - 1$ функциясен тикшереп, $x > 0$ булганда, $e^{-x} > 1 - x$ тигезсезлеген исбатлагыз.

3. $f(x) = P_3(x)\,e^{-x}$ функциясе өчен башлангыч $F(x) = e^{-x}(-P_3(x) - P_3'(x) - P_3''(x) - P_3'''(x))$ функциясе формуласы буенча табарга мөмкинлекне исбатлагыз, биредә $P_3(x)$ дәрәҗәсе 3 тән югары булмаган күпбуын.

КМ — 18

1. Натураль логарифмнарга күчү формуласын кулланып, $f(x) = \log_{g(x)} h(x)$ функциясе чыгарылмасы өчен формула чыгарыгыз.

2. $y = x^{\frac{1}{x}}$ $(x > 0)$ функциясенең кыйммәтләре өлкәсен табыгыз.

3. Җисем 15 м ны 5 секундта, ә 60 м ны 10 секундта үтә. Җисемнең тизлеге үтелгән юлга пропорциональ булса, үтелгән юлның вакытка бәйлелеген табыгыз.

КОНТРОЛЬ ЭШ ҮРНӘКЛӘРЕ

Контроль эш № 1

Вариант 1

1. $(0;\ \infty)$ аралыгында $F(x)=\frac{1}{3}-\frac{1}{x}$ функциясе $f(x)=\frac{1}{x^2}$ функциясе өчен башлангыч функция булуын исбатлагыз.

2. $f(x)=4\sin x$ функциясе өчен: а) барлык башлангыч функцияләрнең күплеген; б) графигы $A\left(\frac{\pi}{2};\ 0\right)$ ноктасы аша үтүче башлангыч функцияне табыгыз.

3. $\int\limits_1^4 \frac{2}{\sqrt{x}}\,dx$ ны исәпләгез.

4. Түбәндәге сызыклар белән чикләнгән фигура мәйданын исәпләгез:

а) $y=0{,}5x^2,\ y=0,\ x=3$; б) $y=0{,}5x^2,\ y=0{,}5,\ x=2$.

5*. Мәҗбүри булмаган бирем. $y=2\sin x,\ y=-\sin x,\ 0\le x\le\frac{2\pi}{3}$ сызыклары белән чикләнгән фигура мәйданын исәпләгез.

Вариант 2

1. $(0;\ \infty)$ аралыгында $F(x)=\frac{4}{x}-\frac{1}{3}$ функциясе $f(x)=-\frac{4}{x^2}$ функциясе өчен башлангыч функция булуын исбатлагыз.

2. $f(x)=8\cos x$ функциясе өчен: а) барлык башлангыч функцияләрнең күплеген; б) графигы $A(\pi;\ 0)$ ноктасы аша үтүче башлангыч функцияне табыгыз.

3. $\int\limits_1^9 \frac{6x}{\sqrt{x^3}}\,dx$ ны исәпләгез.

4. Түбәндәге сызыклар белән чикләнгән фигураның мәйданын исәпләгез:

а) $y=2x^2,\ y=0,\ x=2$; б) $y=2x^2,\ y=2,\ x=2$.

5*. Мәҗбүри булмаган бирем. $y=\sin x,\ y=-2\sin x,\ 0\le x\le\frac{2\pi}{3}$ сызыклары белән чикләнгән мәйданны исәпләгез.

Вариант 3

1. $(-\infty;\ 0)$ аралыгында $F(x)=\frac{x}{2}-\frac{3}{x}$ функциясе $f(x)=\frac{1}{2}+\frac{3}{x^2}$ функциясе өчен башлангыч функция булуын исбатлагыз.

2. $f(x)=2\sin 3x$ функциясе өчен: а) барлык башлангыч функцияләр күплеген; б) графигы $M\left(\frac{\pi}{3};\ 0\right)$ ноктасы аша үтүче башлангыч функциясен табыгыз.

3. $\int\limits_1^4 \frac{3x^{2.5}}{\sqrt{x}}\,\mathrm{d}x$ ны исәпләгез.

4. Түбәндәге сызыклар белән чикләнгән фигура мәйданын исәпләгез:

а) $y=-x^2+4,\ y=0;$ б) $y=-x^2+4,\ y=3.$

5*. Мәжбүри булмаган бирем. Түбәндәге сызыклар белән чикләнгән фигураның мәйданын табыгыз:

$$y=2\cos^2\frac{x}{2}+1,\ y=0,\ x=0,\ x=\pi.$$

Вариант 4

1. $(-\infty;\ 0)$ аралыгында $F(x)=\frac{x}{3}+\frac{4}{x}$ функциясе $f(x)=\frac{1}{3}-\frac{4}{x^2}$ функциясе өчен башлангыч функция булуын исбатлагыз.

2. $f(x)=3\cos 2x$ функциясе өчен: а) барлык башлангыч функцияләр күплеген; б) графигы $M\left(\frac{\pi}{4};\ 0\right)$ ноктасы аша үтүче башлангыч функциясен табыгыз.

3. $\int\limits_1^9 \frac{6x^{0.25}}{\sqrt{x^{1.5}}}\,\mathrm{d}x$ ны исәпләгез.

4. Түбәндәге сызыклар белән чикләнгән фигура мәйданын исәпләгез:

а) $y=-x^2+3,\ y=0;$ б) $y=-x^2+3,\ y=2.$

5*. Мәжбүри булмаган бирем. $y=2\sin^2\frac{x}{2}+1,\ y=0,$ $x=0,\ x=\pi$ сызыклары белән чикләнгән фигура мәйданын исәпләгез.

Контроль эш № 2

Вариант 1

1. $\sqrt[4]{7-\sqrt{33}}\cdot\sqrt[4]{7+\sqrt{33}}$

анлатмасының кыйммәтен табыгыз.

2. $\dfrac{a-b}{ab^{\frac{1}{2}}+a^{\frac{1}{2}}b}$ вакланмасын кыскартыгыз.

3. Тигезләмәне чишегез:

а) $8x^3-1=0$; б) $\sqrt{3x-2}=4-x$.

4. $\begin{cases} x-y=8, \\ \sqrt{x}-\sqrt{y}=2 \end{cases}$ тигезләмәләр системасын чишегез.

5*. Мәҗбүри булмаган бирем. $\sqrt{2-2{,}5\sin x}=\cos x$ тигезләмәсен чишегез.

Вариант 2

1. $\sqrt[6]{9-\sqrt{17}}\cdot\sqrt[6]{9+\sqrt{17}}$ анлатмасының кыйммәтен табыгыз.

2. $\dfrac{a-b^2}{a-a^{\frac{1}{2}}b}$ вакланмасын кыскартыгыз.

3. Тигезләмәне чишегез:

а) $27x^3+1=0$; б) $\sqrt{3x+1}=x-1$.

4. $\begin{cases} x-y=21, \\ \sqrt{x}+\sqrt{y}=7 \end{cases}$ тигезләмәләр системасын чишегез.

5*. Мәҗбүри булмаган бирем. $\sqrt{2-2{,}5\cos x}=\sin x$ тигезләмәсен чишегез.

Вариант 3

1. $\sqrt[4]{\sqrt{95}-\sqrt{14}}\cdot\sqrt[4]{\sqrt{95}+\sqrt{14}}$ анлатмасынын кыйммәтен табыгыз.

2. $\dfrac{a-b}{a^{\frac{1}{3}}-b^{\frac{1}{3}}}$ вакланмасын кыскартыгыз.

3. Тигезләмәләрне чишегез:

а) $16x^4 - 1 = 0$; б) $\sqrt{2x^2 - 3x + 2} = 2x - 2$.

4. $\begin{cases} x^2 + y^2 = 97, \\ xy = 6 \end{cases}$ тигезләмәләр системасын чишегез.

5*. Мәҗбүри булмаган бирем. $\sqrt{x+2} - x > 0$ тигезсезлеген интерваллар методы белән чишегез.

Вариант 4

1. $\sqrt[6]{\sqrt{75} + \sqrt{11}} \cdot \sqrt[6]{\sqrt{75} - \sqrt{11}}$ аңлатмасының кыйммәтен табыгыз.

2. $\dfrac{a+b}{a^{\frac{1}{3}} + b^{\frac{1}{3}}}$ вакланмасын кыскартыгыз.

3. Тигезләмәне чишегез:

а) $64x^6 - 1 = 0$; б) $\sqrt{2x^2 + 5x + 4} = 2x + 2$.

4. $\begin{cases} x + y = 13, \\ \sqrt{x} + \sqrt{y} = 5 \end{cases}$ тигезләмәләр системасын чишегез.

5*. Мәҗбүри булмаган бирем. $\sqrt{2 - x} - x > 0$ тигезсезлеген интерваллар методы белән чишегез.

Контроль эш № 3 (20 минутка)

Вариант 1

1. $y = 3^x$ функциясе графигын төзегез. x ның кыйммәте -1 дән 3 кә кадәр үскәндә y ничек үзгәрә?

2. Тигезләмәне чишегез:

а) $8^{-2} \cdot 2^x = 4$; б) $2^x + 3 \cdot 2^{x-3} = 22$.

3. $3^{x^2-4} \le 243$ тигезсезлеген чишегез.

4*. Мәҗбүри булмаган бирем. $3^{|\sin x - 1|} = 9$ тигезләмәсен чишегез.

Вариант 3

1. $y = 4^x$ функциясе графигын төзегез. x ның кыйммәте -2 дән 2 гә кадәр үскәндә y ничек үзгәрә?

2. Тигезләмәне чишегез:

а) $\sqrt{5}\cdot 5^{3x} = \frac{1}{5}$; б) $4^x - 3\cdot 4^{x-2} = 52$.

3. $(0{,}3)^{x^2-2x+2} \le 0{,}09$ тигезсезлеген чишегез.

4*. Мәҗбүри булмаган бирем. $2^{|x-1|} = 0{,}5^{1-x}$ тигезләмәсен чишегез.

Вариант 4

1. $y = \left(\frac{1}{4}\right)^x$ функциясенен графигын төзегез. x ның кыйммәте -2 дән 2 гә кадәр үскәндә y ничек үзгәрә?

2. Тигезләмәне чишегез:

а) $\sqrt{3}\cdot 3^{2x} = \frac{1}{9}$; б) $5^x - 7\cdot 5^{x-2} = 90$.

3. $(1{,}3)^{x^2-4x+2} \le 1{,}69$ тигезсезлеген чишегез.

4*. Мәҗбүри булмаган бирем. $5^{|x+1|} = (0{,}2)^{-x-1}$ тигезләмәсен чишегез.

Контроль эш № 4

Вариант 1

1. $y = \log_3 x$ функциясе графигын төзегез. x ның кыйммәте $\frac{1}{3}$ дән 27 гә кадәр үскәндә y ничек үзгәрә?

2. Тигезләмәне чишегез:

а) $\log_{0,5}\left(x^2 - 3x\right) = -2$; б) $\log_2 \sqrt{x} - \log_2 \frac{1}{x} = 3$.

3. $\log_4(x+1) < -0{,}5$ тигезсезлеген чишегез.

4. $\begin{cases} \log_4 x + \log_4 y = 1, \\ y - 2x = 7 \end{cases}$ тигезләмәләр системасын чишегез.

5*. Мәҗбүри булмаган бирем. $\frac{\log_2(3-x)}{x} \ge 0$ тигезсезлеген интерваллар методы белән чишегез.

Вариант 2

1. $y = \log_{\frac{1}{3}} x$ функциясенең графигын төзегез. x ның кыйммәте $\frac{1}{3}$ дән 27 гә кадәр үскәндә, y ничек үзгәрә?

2. Тигезләмәне чишегез:

а) $\log_{0,2}\left(x^2 + 4x\right) = -1$; б) $\log_3 \frac{1}{x} + \log_3 \sqrt{x} = -1$.

3. $\log_{0,5}(x-1) > -2$ тигезсезлеген чишегез.

4. $\begin{cases} \log_3 x + \log_3 y = 1, \\ y - 3x = 8 \end{cases}$ тигезләмәләр системасын чишегез.

5*. Мәҗбүри булмаган бирем. $\frac{\log_{0,5}(x+3)}{x} \geq 0$ тигезсезлеген интерваллар методы белән чишегез.

Вариант 3

1. $y = \log_{0,5} x$ функциясенең графигын төзегез, x ның кыйммәте $\frac{1}{4}$ дән 8 гә кадәр үскәндә y ничек үзгәрер?

2. Тигезләмәне чишегез:

а) $\log_{\frac{1}{4}}\left(x^2 + 6x\right) = -2$; б) $\log \frac{8}{x} - \log_2\sqrt{2x} = -0,5$.

3. $\lg^2 x - \lg x > 0$ тигезсезлеген чишегез.

4. $\begin{cases} \log_2 x + \log_2 y = 2, \\ x - 4y = 15 \end{cases}$ тигезләмәләр системасын чишегез.

5*. Мәҗбүри булмаган бирем. $\frac{\log_{0,4}(x-2)}{x-6} \leq 0$ тигезсезлеген интерваллар методы белән чишегез.

Вариант 4

1. $y = \log_4 x$ функциясенең графигын төзегез. x ның кыйммәте $\frac{1}{4}$ дән 16 га кадәр үскәндә y ничек үзгәрә?

2. Тигезләмәне чишегез:

а) $\log_{\frac{1}{3}}\left(x^2+8x\right)=-2$; б) $\log_5 \frac{25}{x}+\log_5\sqrt{5x}=2$.

3. $\lg^2 x+\lg x<0$ тигезсезлеген чишегез.

4. $\begin{cases}\log_{0,5} x+\log_{0,5} y=-1, \\ x-2y=3\end{cases}$ тигезләмәләр системасын чишегез.

5*. Мәҗбүри булмаган бирем. $\frac{\log_3(8-x)}{4-x}\le 0$ тигезсезлеген интерваллар методы белән чишегез.

Контроль эш № 5

Вариант 1

1. $f(x)=e^x\cos x$ функциясе бирелгән. $f'(x)$, $f'(0)$не табыгыз.

б) $\varphi(x)=\frac{1}{6}\ln(-2x)$ функциясе бирелгән. $\varphi'(x)$, $\varphi'\left(-\frac{1}{8}\right)$не табыгыз.

2. $y=e^x$, $y=1$, $x=2$ сызыклары белән чикләнгән фигура мәйданын табыгыз.

3. $f(x)=2x\ln x$ функциясен үсүгә (кимүгә) һәм экстремумнарын тикшерегез.

4*. Мәҗбүри булмаган бирем. Әгәр $f(t)=4^t$, $\varphi(t)=2^{t+1}$ булса, $f'(t)>\varphi'(t)$ тигезсезлеген чишегез.

Вариант 2

1. а) $f(x)=e^x\sin x$ функциясе бирелгән. $f'(x)$, $f'(0)$не табыгыз.

б) $\varphi(x)=\frac{1}{6}\ln(-3x)$ функциясе бирелгән. $\varphi'(x)$, $\varphi'\left(-\frac{1}{9}\right)$не табыгыз.

2. $y=\frac{1}{x}$, $y=1$, $x=4$ сызыклары белән чикләнгән фигура мәйданын исәпләгез.

3. $f(x) = x \cdot e^x$ функциясен үсүгә (кимүгә)һәм экстремумнарына тикшерегез.

4*. Мәжбүри булмаган бирем. Әгәр $f(t) = 9^{t-1}$, $\varphi(t) = 2 \cdot 3^t$ булса, $f'(t) < \varphi'(t)$ тигезсезлеген чишегез.

Вариант 3

1. а) $f(x) = 2^x \cos x$ функциясе бирелгән. $f'(x), f'(0)$не табыгыз.

б) $\varphi(x) = 6\ln\left(\frac{1}{2}x\right)$ функциясе бирелгән. $\varphi'(x)$, $\varphi'\left(\frac{1}{2}\right)$не табыгыз.

2. $y = e^{-x}$, $y = 1$, $x = -2$ сызыклары белән чикләнгән мәйданны исәпләгез.

3. $f(x) = \frac{2\ln x}{x}$ функциясен үсүгә (кимүгә) һәм экстремумнарына тикшерегез.

4*. Мәжбүри булмаган бирем. $[-2;\ 2]$ кисемтәсендә $f(x) = \frac{1}{\ln 3}\left(3^x + 3^{-x}\right)$ функциясенең иң кечкенә кыйммәтен табыгыз.

Вариант 4

1. а) $f(x) = 3^x \sin x$ функциясе бирелгән. $f'(x), f'(0)$не табыгыз.

б) $\varphi(x) = 6\ln\left(\frac{1}{3}x\right)$ функциясе бирелгән. $\varphi'(x), \varphi'\left(\frac{1}{3}\right)$не табыгыз.

2. $y = \frac{2}{x}$, $y = 2$, $x = 3$ сызыклары белән чикләнгән фигура мәйданын исәпләгез.

3. $f(x) = \frac{4x}{e^x}$ функциясен үсүгә (кимүгә) һәм экстремумнарына тикшерегез.

4*. Мәжбүри булмаган бирем. $[-1;\ 1]$ кисемтәсендә $f(x) = \frac{1}{\ln 2}\left(2^x + 2^{-x}\right)$ функциясенең иң кечкенә кыйммәтен табыгыз.

Контроль эш № 6 (2 сәгатькә)

Вариант 1

1. $\sin 2x + \cos 2x = 0$ тигезләмәсен чишегез.

2. $y = x^2$, $y = 4$ сызыклары белән чикләнгән фигура мәйданын исәпләгез.

3. $\begin{cases} \log_3(y - x) = 1, \\ 3^{x+1} \cdot 2^y = 24 \end{cases}$ тигезләмәләр системасын чишегез.

4. $\frac{\sqrt{x+5}}{x^2-9} \geq 0$ тигезсезлеген чишегез.

5. $f(x) = e^x + \sin x$ функция графигының абсциссасы $x_0 = 0$ булган ноктадагы орынмасының тигезләмәсен языгыз.

Вариант 2

1. $\sin 2x - \cos 2x = 0$ тигезләмәсен чишегез.

2. $y = 0{,}5x^2$, $y = 2$ сызыклары белән чикләнгән фигура мәйданын исәпләгез.

3. $\begin{cases} \log_2(x - y) = 1, \\ 2^x \cdot 3^{y+1} = 72 \end{cases}$ тигезләмәләр системасын чишегез.

4. $\frac{\sqrt{x+6}}{4-x^2} \leq 0$ тигезсезлеген чишегез.

5. $f(x) = e^x + \cos x$ функциясе графигын абсциссасы $x_0 = 0$ булган ноктадагы орынмасының тигезләмәсен языгыз.

Вариант 3

1. $1 + \sin x \cos x = \cos^2 x$ тигезләмәсен чишегез.

2. $y = -x^2 + 1$, $y = -x + 1$ сызыклары белән чикләнгән фигура мәйданын исәпләгез.

3. $\begin{cases} \log_{\sqrt{3}}(x - y) = 2, \\ 2^{x-2} \cdot 5^{y-1} = 40 \end{cases}$ тигезләмәләр системасын чишегез.

4. $[-1;\ 1]$ кисемтәсендә $f(x) = e^{x+1} - ex$ функциясенең иң зур һәм иң кечкенә кыйммәтләрен табыгыз.

5. $\left(3x^2 + 4\right)(2\sin x + 1) \geq 0$ тигезсезлеген чишегез.

Вариант 4

1. $1 - \sin x \cos x = \sin^2 x$ тигезләмәсен чишегез.

2. $y = -x^2 + 1$, $y = x + 1$ сызыклары белән чикләнгән фигура мәйданын исәпләгез.

3. $\begin{cases} \log_{\sqrt{2}}(x + y) = 2, \\ 3^{6-x} \cdot 4^{y+3} = 36 \end{cases}$ тигезләмәләр системасын чишегез.

4. $[-2;\ 0]$ кисемтәсендә $f(x) = e^{x+2} - ex$ функциясенең иң зур һәм иң кечкенә кыйммәтләрен табыгыз.

5. $\left(-2x^2 - 5\right)(2\cos x + 1) \leq 0$ тигезсезлеген чишегез.

АЛГЕБРА ҺӘМ АНАЛИЗ БАШЛАНГЫЧЛАРЫ БУЕНЧА УРТА МӘКТӘП КУРСЫ ӨЧЕН ИМТИХАН ЭШЛӘРЕНЕҢ ҮРНӘК ВАРИАНТЛАРЫ

Вариант 1

1. $5-5\cos\left(\frac{\pi}{2}-x\right)=2\cos^2(\pi-x)$ тигезләмәсен чишегез. Бу тигезләмәнең $[\pi;\ 5\pi]$ аралыгына кергән тамырларын табыгыз.

2. $\log_2(1-x)+\log_2(-5x-2)=2+\log_2 3$ тигезләмәсен чишегез.

3. $\frac{7-x^2}{\sqrt{x+3}}\leq 0$ тигезсезлеген чишегез.

4. $y=3x^2$ һәм $y=5-2x^2$ сызыклары белән чикләнгән фигураның мәйданын табыгыз.

5. $y=\ln\left(9-x^2\right)+\sqrt{\sin x}$ функциясенең билгеләнү өлкәсен табыгыз.

6. $[-1;\ 6]$ кисемтәсендә $y=1+\frac{x^2}{4}\cdot\frac{x-3}{3}$ функциясенең иң зур кыйммәтен табыгыз.

Вариант 2

1. $(\sin x-\cos x)^2=1+\sin x$ тигезләмәсен чишегез.

2. $y=\ln(3-2x)-\sin(0{,}5\pi\ x)$ функциясе графигының абсциссасы $x_0=1$ булган ноктадагы орынмасының тигезләмәсен языгыз.

3. $\frac{\sqrt{x^2-5}}{3-x}\geq 0$ тигезсезлеген чишегез.

4. $y=x^2+1$ һәм $y=-x^2+3$ сызыклары белән чикләнгән фигураның мәйданын исәпләгез.

5. $y=|2x-4|+2x$ функциясенең графигын төзегез.

6. $[-3;\ 3]$ кисемтәсендә $y=9-\frac{x^2}{3}\cdot\frac{x+3}{2}$ функциясенең иң кечкенә кыйммәтен табыгыз.

Вариант 3

1. $3\sin 2x - 2\cos 2x = 2$ тигезләмәсен чишегез.

2. $\sqrt{3}$ саны $4(2+x)^{-1} + (2+x)^2 = 15$ тигезләмәсенең тамыры була аламы?

3. $\begin{cases} \log_2(4x - y) = -1, \\ 9^{2x+2} \cdot 3^{2y} = 1 \end{cases}$ тигезләмәләр системасын чишегез.

4. $(x+2) \cdot \sqrt{9 - x^2} \le 0$ тигезсезлеген чишегез.

5. $y = -0{,}5x^2 + x + 1{,}5$, $y = 0{,}5x + 0{,}5$ сызыклары белән чикләнгән фигураның мәйданын исәплә гез.

6. 28 санын өч уңай кушылучы суммасы рәвешендә күрсәтегез, кушылучыларның берсе икенчесеннән ике тапкыр кечерәк, ә барлык кушылучыларның квадратлары суммасы иң кечкенә булсын.

Вариант 4

1. $2\cos^2(\pi + x) = 1 + \cos\left(\frac{3\pi}{2} + x\right)$ тигезләмәсен чишегез. 20π дән зуррак ике чишелешен әйтегез.

2. $\left(\frac{a^{0,5}+2}{a^{0,5}-2} - \frac{a^{0,5}-2}{a^{0,5}+2}\right) \cdot \frac{a-4}{16}$ аңлатмасын гадиләштерегез. Аның кыйммәте 1 гә тигез булуы мөмкинме?

3. $\begin{cases} 3^y + 2x = 10, \\ y - 2 = \log_3(2x) \end{cases}$ тигезләмәләр системасын чишегез.

4. $\frac{\lg(2x+0{,}5)}{\log_2(x^2+1)} \le 0$ тигезсезлеген чишегез.

5. $y = \frac{2}{x^2}$, $y = 2x$, $y = 2$ сызыклары белән чикләнгән фигураның мәйданын исәпләгез.

6. Кәкресызыклы трапеция $y = -\frac{1}{3}x^2 + 4$ параболасы һәм абсцисса күчәре белән чикләнгән. Бу трапециягә камалган, ике түбәсе — абсцисса күчәрендә, ә калган икесе парабола өстендә яткан турыпочмаклыклар күплегеннән кайсы турыпочмаклыкның мәйданы иң зур?

Вариант 5

1. $\cos^2\left(\frac{\pi}{2}+x\right)-\cos^2(2\pi+x)=\frac{\sqrt{3}}{2}$ тигезләмәсен чишегез.

2. x нын нинди кыйммәтләре өчен $x+2$ һәм $\sqrt{2x^2+6x+1}$ аңлатмаларынын кыйммәтләре тигез?

3. $y=2x^3-1{,}5x^4$ функциясен тикшерегез һәм аның графигын төзегез.

4. $\frac{\lg(0{,}5x+0{,}25)}{\log_{0,3}(x^2+1)}\geq 0$ тигезсезлеген чишегез.

5. $x=0$ турысы, $y=x^2+6x+10$ функциясе графигы һәм аңа абсциссасы $x_0=-3$ ноктасындагы орынма белән чикләнгән фигура мәйданын исәпләгез.

6. Мәйданы иң зур булган турыпочмаклы өйтүр бакчага өч ягыннан 24 м озынлыгындагы койма тотарга кирәк. Өйтүр бакчаның үлчәмнәрен табыгыз.

Вариант 6

1. x нын нинди кыйммәтләрендә $y=\log_7 x+\log_7(x+6)-1$ функциясе графигы абсцисса күчәрен кисә?

2. $(x-5)\cdot\sqrt{x^2-9}\geq 0$ тигезсезлеген чишегез.

3. $\sqrt{7}$ саны $(3-x)^{-1}-\frac{(x+1)^2}{4}=-0{,}5$ тигезләмәсенең тамыры була аламы?

4. $\int_0^{\frac{2\pi}{3}} 3\cos\left(x-\frac{\pi}{6}\right)dx$ интегралын исәпләгез.

5. $y=3x-\frac{x^3}{9}$ функциясен тикшерегез һәм аның графигын төзегез.

6. Кыйммәтле культуралар утырту өчен мәйданы 5,76 га булган турыпочмаклык формасындагы участокны бүлеп алырга кирәк. Участокны койма белән әйләндергәндә чыгымнар иң аз булсын өчен, участокның үлчәмнәре нинди булырга тиеш?

Вариант 7

1. $6-10\cos^2 x+4\cos 2x=\sin 2x$ тигезләмәсен чишегез.

2. $\begin{cases}3^{x+1}\cdot 27^{y-1}=9^{1,5},\\ 2x-y^2=3\end{cases}$ тигезләмәсен чишегез.

3. $\log_3 x+\log_3(x-1)-1\le\log_3 2$ тигезсезлеген чишегез.

4. $y=\frac{x}{3}-2\sqrt{x}$ функциясенең кимү аралыкларын табыгыз.

5. $y=x^2+3$ һәм $y=2x^2-x+1$ сызыклары белән чикләнгән фигураның мәйданын табыгыз.

6. $y=1-x^2$ параболасында координаталар башлангычына иң якын нокталарны табыгыз.

Вариант 8

1. $y=(5-2x)^{\frac{1}{3}}+\log_4(2{,}5x+x^2)$ функциясенең билгеләнү өлкәсен табыгыз.

2. $\frac{4\cos^2 x-\sin 2x}{\cos(\pi-2x)}+\frac{\cos x-3\sin x}{\cos x+\sin(-x)}$ аңлатмасын гадиләштерегез

һәм, $x=-\frac{\pi}{6}$ булганда, аның кыйммәтен табыгыз.

3. $\log_7 x+\log_7(3x-8)=1+2\log_7 2$ тигезләмәсен чишегез.

4. $\begin{cases}\sqrt{5x-1}\le 2,\\ 2^{x-1}-3\cdot 2^{x+2}>-23\end{cases}$ тигезсезлекләр системасын чишегез.

5. $y=x^2-4x+9$ функциясе графигы, бу функция графигына абсциссасы $x_0=3$ булган ноктадагы орынма һәм ордината күчәре белән чикләнгән фигура мәйданын исәпләгез.

6. График төзүченең каләме $[-\pi;\ \pi]$ аралыгындагы барлык x лар өчен $y=x-2\cos x$ функциясе графигын сыза. Абциссалар күчәреннән иң ерак урнашкан график ноктасының координаталарын табыгыз.

Вариант 9

1. $y = \frac{\sqrt{4-x^2}}{2x+3}$ функциясенең билгеләнү өлкәсен табыгыз.

2. $y = \log_{0,3}(6-2x)$ функциясен чыгарылма ярдәмендә монотонлыкка тикшерегез.

3. $\left(2+3^{0,5}\right)^{-2} + \frac{\sqrt{12}}{2-\sqrt{3}}$ аңлатмасын исәпләгез.

4. $y = x^4$ һәм $y = 4-3x^2$ сызыклары белән чикләнгән фигура мәйданын исәпләгез.

5. $f(x) = 0{,}5\cos 2x + \sqrt{2}\sin x$ функциясенен $[0;\ \pi]$ кисемтәсендә критик ноктaларын табыгыз.

6. Жир өслегеннән 25 м биеклектә булган балконнан 20 м/с башлангыч тизлек белән вертикаль өскә туп ыргыталар. Күтәрелү биеклегенең вакытка бәйлелеген кулланып, тупның җирдән нинди иң югары биеклеккә күтәрелүен билгеләгез. ($g = 10$ м/с^2 дип исәпләргә, каршылыгын исәпкә алмаска.)

Вариант 10

1. x ның нинди кыйммәтләре өчен $2\cos x + 4\sqrt{3}\sin x + 9$ һәм $4\cos\left(\frac{\pi}{3}+x\right)$ аңлатмаларының кыйммәтләре тигез?

2. $\frac{2}{1+\sqrt{2}} - \left(2^{0,5}-1\right)^{-2}$ аңлатмасын исәпләгез.

3. $\frac{2\log_2(3-2x)}{\log_{0,2}0{,}1} < 0$ тигезсезлеген чишегез.

4. $y = x^2$ һәм $y = 0{,}5x^2+2$ сызыклары белән чикләнгән фигураның мәйданын табыгыз.

5. $y = \sqrt{\frac{2x-8}{x^2+x-6}}$ функциясенең билгеләнү өлкәсен табыгыз.

6. Завод сыешлыгы 4 м^3 булган, төзек дүртпочмаклы призма формасындагы өсте ачык, резервуар эшләргә тиеш. Шуның өстенә аның эчке өслеген аккургаш белән капларга кирәк. Аккургашны иң аз микъдарда тоту өчен, резервуарның үлчәмнәрен ничек сайларга кирәк? (Стенка калынлыгын исәпкә алмаска.)

Вариант 11

1. $\cos^2 x - \cos 2x = \sin x$ тигезләмәсен чишегез һәм $[-\pi;\ 2\pi]$ аралыгындагы бу тигезләмәнең тамырларын табыгыз.

2. $\log_{0,4}(3{,}5 - 5x) > 2\log_{0,4} 0{,}2 - 1$ тигезсезлеген чишегез.

3. $f(x) = 4\sin 2x + x^{-2}$ функциясе өчен графигы $M\left(\frac{\pi}{3};\ 1\right)$ ноктасы аша үтүче башлангыч функцияне табыгыз.

4. $\sqrt{(x-3)(2x+7)} + 3 = x$ тигезләмәсен чишегез.

5. aның нинди кыйммәтләре өчен $y = x^2$, $y = 0$, $x = a$ сызыклары белән чикләнгән фигураның мәйданы 9 га тигез булыр?

6. Төзүчесе $2\sqrt{3}$ дм га тигез булган конусның иң зур күләме нинди булуы мөмкин?

Вариант 12

1. $1 + 2\log_2 0{,}3 > \log_2(1{,}5x - 3)$ тигезсезлеген чишегез.

2. $\begin{cases} x + y = \frac{\pi}{2}, \\ \sin x + \sin y = -\sqrt{2} \end{cases}$ тигезләмәләр системасын чишегез һәм бу системаның нинди дә булса өч чишелешен языгыз.

3. $y = -x^2 - 2x + 8$ һәм $y = 5$ сызыклары белән чикләнгән фигура мәйданын исәпләгез.

4. $\sqrt{(x-2)(2x+5)} + 2 = x$ тигезләмәсен чишегез.

5. $y = e^{3x} - 1$ кәкресенең нинди ноктасындагы орынма $y = 3x - 5$ турысына параллель?

6. Күчәр кисеменең диагонале $5\sqrt{3}$ дм булган цилиндрның иң зур күләме нинди булуы мөмкин?

Вариант 13

1. $2\operatorname{tg}x + 3 = \operatorname{tg}(1{,}5\pi + x)$ тигезләмәсен чишегез. $0{,}75\pi$ саны бу тигезләмәнең чишелеше була аламы?

2. $\log_4\sqrt{59-10x} - 1 = 0{,}5 + \log_4(x-4)$ тигезләмәсен чишегез.

3. $y = 5 - x^2$ һәм $y = x + 3$ сызыклары белән чикләнгән фигура мәйданын исәпләгез.

4. $f(x) = \frac{4x-x^2}{4}$ функциясе графигына $M\ (4;\ 0)$ ноктасындагы орынманың авышлык почмагы тангенсын табыгыз. Бу орынма тигезләмәсен языгыз.

5. $y = \ln x^{1,5} + \ln\frac{1}{\sqrt{x}}$ функциясенең графигын төзегез (барлык үзлекләрен язу таләп ителми).

6. Дүртпочмаклы төзек призманың тулы өслек мәйданы 6 дм² га тигез. Әгәр аның нигезенең ягы $(0{,}5;\ \sqrt{3})$ аралыгындагы теләсә нинди кыйммәтне ала алса, бу призманың иң зур күләмен табыгыз.

Вариант 14

1. $\ln(2x-3) < \ln(x+1)$ тигезсезлеген чишегез.

2. $y = -x^2 + 2x + 3$ һәм $y = 3 - x$ сызыклары белән чикләнгән фигураның мәйданын исәпләгез.

3. $\left(1-\cos\left(\frac{\pi}{2}-x\right)\right)\cdot(1+\sin x) = 1{,}5\sin(x-9\pi)$ тигезләмәсен чишегез. $7\frac{1}{6}\pi$ саны бу тигезләмәнең чишелешеме?

4. $f(x) = \frac{6x+1{,}5x^2}{3}$ функция графигына $M\ (2;\ 6)$ ноктасындагы орынманың авышлык почмагы тангенсын табыгыз. Бу орынма тигезләмәсен языгыз.

5. $4^x - 16 > 6\cdot 2^x$ тигезсезлеген чишегез.

6. Дүртпочмаклы төзек призманың күләме 8 дм^3. Әгәр аның нигезенең ягы (1; 4) аралыгындагы теләсә нинди кыйммәтне ала алса, бу призманың иң кечкенә тулы өслеген табыгыз.

Вариант 15

1. $9\cdot\left(\frac{1}{27}\right)^{1+\frac{1}{3}x} > \frac{1}{81^x}$ тигезсезлеген чишегез.

2. $2\mathrm{ctg}\left(\frac{\pi}{2}-2\alpha\right)+\frac{2\sin(\pi-\alpha)}{\sin\left(\frac{\pi}{2}+\alpha\right)+\mathrm{tg}\alpha\sin(-\alpha)}$ аңлатмасын гадиләштерегез. $\alpha=-\frac{\pi}{12}$ булганда, аның кыйммәтен табыгыз.

3. $y=-x^3$, $y=0$, $x=-2$ сызыклары белән чикләнгән фигура $x=a$ турысы белән ике кисәккә бүленә. a ның нинди кыйммәте өчен аларның мәйданнары тигез?

4. $f(x)=\frac{x}{x^2+4}$ функциясенең үсү һәм киму аралыкларын табыгыз.

5. $\begin{cases} x+2y=13, \\ 2\log_4 x-\log_4(2y-1)=0{,}5 \end{cases}$ тигезләмәләр системасын чишегез.

6. Төзек дүртпочмаклы пирамиданың ян кабыргасы $6\sqrt{3}$ см га тигез. Пирамиданың мөмкин булган иң зур күләмен табыгыз.

Вариант 16

1. $\frac{2\cos^2\alpha}{1+\sin(\pi+\alpha)}+2\cos(1{,}5\pi-\alpha)$ аңлатмасын гадиләштерегез. Бу аңлатманың мәгънәсе булмаслык α нын ике кыйммәтен әйтегез.

2. $9^x+3^x>6$ тигезсезлеген чишегез.

3. $\log_3^2\left(2-\sqrt{x}\right)=1$ тигезләмәсен чишегез.

4. $y=-0{,}5x^2+2$ һәм $y+x=2$ сызыклары белән чикләнгән фигураның мәйданын исәпләгез.

5. $y=2x\ln x$ функциясен үсүгә, кимүгә һәм экстремумнарга тикшерегез.

6. $MABCD$ пирамидасының нигезе булып квадрат хезмәт итә, өстәвенә $MB\perp ABC$, $MD=4\sqrt{3}$ см. Пирамиданың күләме иң зур булганда, аның биеклеген табыгыз һәм бу күләмне исәпләгез.

Вариант 17

1. $\cos(-2\alpha) + \frac{2\sin(\pi-2\alpha)}{\operatorname{ctg}\alpha+\operatorname{ctg}\left(\frac{\pi}{2}+\alpha\right)}$ аңлатмасын гадиләштерегез. $\alpha = \frac{\pi}{8}$ булганда, аның кыйммәтен табыгыз.

2. $\sqrt{x^2-9}\cdot\log_2(0{,}5x) = 0$ тигезләмәсен чишегез.

3. $f(x) = 4x\,e^{-x}$ функциясен үсүгә, кимүгә һәм экстемумнарына тикшерегез.

4. $y = x^2 + 2x + 5$ һәм $y = 5 - 2x$ сызыклары белән чикләнгән фигураның мәйданын табыгыз.

5. $\begin{cases} 2x - y = 19, \\ \log_9(2x-1) - 2\log_9 y = -0{,}5 \end{cases}$ тигезләмәләр системасын чишегез.

6. Төзек өчпочмаклы пирамиданың апофемасы 6 дм га тигез. Пирамиданың мөмкин булган иң зур күләмен табыгыз.

Вариант 18

1. $\sqrt{3}\cos^2 x - 0{,}5\sin 2x = 0$ тигезләмәсен чишегез. Бу тигезләмәнең бер уңай һәм бер тискәре тамырын күрсәтегез.

2. $\sqrt{13-x^2} + 1 = x^2$ тигезләмәсен чишегез.

3. $y = -0{,}5x^2 + 2x$ һәм $y = 0{,}5x$ сызыклары белән чикләнгән фигураның мәйданын исәпләгез.

4. $\begin{cases} 3^{1+\log_3(x+2y)} = 6x, \\ 3^{x^2-2y} = 9^{0{,}5x} \end{cases}$ тигезләмәләр системасын чишегез.

5. $\log_2(x-1) + \log_2(x-3) < 3$ тигезсезлеген чишегез.

6. Төзек дүртпочмаклы призма формасындагы суыту камерасының күләме 144 м³. Камераның ян стеналарын каплау материалының бер квадрат метры 15 сум, ә түбәнеке 20 сум тора. Суыту камерасының үлчәмнәре нинди булганда аны каплау бәясе иң аз булыр?

Вариант 19

1. $y = \sin x$, $y = 0$, $x = \frac{2\pi}{3}$, $0 \le x \le \frac{2\pi}{3}$ сызыклары белән чикләнгән фигура мәйданын исәпләгез.

2. $\frac{2\cos\alpha - \sin 2\alpha}{\sin^3\alpha - \sin\alpha + \cos^2\alpha}$ аңлатмасын гадиләштерегез. Бу аңлатманың кыйммәтен -1 гә тигезли торган α кыйммәтләренең күплеген күрсәтегез.

3. $4\ln^2 x - \ln x^2 = 2$ тигезләмәсен чишегез.

4. $f(x) = -\frac{1}{3}x^3 + x^2$ функциясен тикшерегез һәм графигын төзегез.

5. $y = 0{,}5x^2$ һәм $y = -0{,}5x^2 - 1$ кәкреләренә абсциссалар күчәре белән кысынкы почмак ясаучы уртак орынма үткәрелгән. Бу орынма тигезләмәсен языгыз.

6. Төзек өчпочмаклы призманың ян кыры диагонале $4\sqrt{3}$ дм га тигез. Призма биеклеге нинди булганда, аның күләме иң зур булыр? Бу күләмне исәпләгез.

Вариант 20

1. $f(x) = \ln\left(\frac{1}{3}x^2 - 2x\right) + \sqrt{8 - x}$ функциясенең билгеләнү өлкәсен табыгыз.

2. Координаталары $\left(y^2 - 4\right)\left(2x^2 - 3|x| - 5\right) = 0$ тигезләмәсен канәгатьләндерүче нокталар күплеген координаталар яссылыгында сурәтләгез.

3. $2\sin\left(2x - \frac{\pi}{3}\right) + 1 \ge 0$ тигезсезлеген чишегез.

4. $f(x) = 2x + \frac{3}{x}$ функциясе өчен башлангыч функцияне табыгыз.

5. $\log_4(3x - 4) - \log_4\left(5 - x^2\right) = 0{,}5$ тигезләмәсен чишегез.

6. Төзек алтыпочмаклы призманың барлык кабыргалары суммасы 36 см га тигез. Призма күләме иң зур булганда нигезенең ягын табыгыз.

ПРОГРАММАЛАШКАН КОНТРОЛЬ ҮТКӘРҮ ӨЧЕН МАТЕРИАЛ

Эш 1. Башлангыч функциянең төп үзлеге

Бирем		Җавап			
Вариант 1	Вариант 2	1	2	3	4
Әгәр $f(x)=\frac{2}{x^3}$, $F(1)=1$	$f(x)=\frac{2}{x^2}$, $F(1)=1$ булса, f функциясе өчен башлангыч $F(x)$ны табыгыз.	$-x^{-2}-2$	$-x^{-2}+2$	$-2x^{-1}+3$	$2x^{-1}-1$
Функцияләр өчен башлангыч функцияләрнең гомуми күренешен табыгыз:					
$f(x)=2\sin 3x$	$f(x)=3\cos 2x$	$-\frac{2}{3}\cos 3x+C$	$\frac{2}{3}\cos 3x+C$	$-\frac{3}{2}\sin 2x+C$	$\frac{3}{2}\sin 2x+C$
$f(x)=1+\frac{1}{\cos^2 4x}$	$f(x)=1+\frac{1}{\sin^2 4x}$	$x-\frac{1}{4}\text{ctg}\,4x+C$	$x+\frac{1}{4}\text{tg}\,4x+C$	$x-\frac{1}{4}\text{tg}\,4x+C$	$x+\frac{1}{4}\text{ctg}\,4x+C$

Дөрес җавап: вариант 1—212; вариант 2—341

Эш 2. Интегралны һәм кәкресызыклы трапецияләр мәйданнарын исәпләү

Бирем		Җавап			
Вариант 1	Вариант 2	1	2	3	4
Исәпләгез: $\int_0^{[illegible]}\cos x\,dx$; $\int_1^2\frac{dx}{x^4}$	$\int_{[illegible]}^{[illegible]}\sin x\,dx$; $\int_1^2\frac{dx}{x^3}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$; $\frac{15}{8}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$; $\frac{15}{64}$	$\frac{1}{2}$; $\frac{15}{16}$	$\sqrt{2}$; $\frac{7}{24}$
Сызыклар белән чикләнгән фигураның мәйданын исәпләгез: $y=x^2$, $y=0$, $x=2$	$y=x^3$, $y=0$, $x=2$	4	8	$2\frac{2}{3}$	2

Дөрес җавап: вариант 1—243; вариант 2—321

Эш 3. Дәрәҗә төшенчәсен гомумиләштерү

Бирем		Җавап			
Вариант 1	Вариант 2	1	2	3	4
Аңлатманың кыйммәтен табыгыз: $\sqrt[4]{6-2\sqrt{5}}\cdot\sqrt[4]{6+2\sqrt{5}}$	$\sqrt[6]{7-4\sqrt{3}}\cdot\sqrt[6]{7+4\sqrt{3}}$	1	−2	−1	2
Тигезләмәне чишегез: $\sqrt{2+x}=x$	$\sqrt{2-x}=x$	2	1	−1	−2
Аңлатманы гадиләштерегез: $\frac{\sqrt{5}-2}{\sqrt{5}+2}$	$\frac{\sqrt{5}+2}{\sqrt{5}-2}$	$9-2\sqrt{5}$	$9+2\sqrt{5}$	$9-4\sqrt{5}$	$9+4\sqrt{5}$

Дөрес җавап: вариант 1—413; вариант 2—124

Эш 4. Күрсәткечле тигезләмәләр һәм тигезсезлекләр

Бирем		Җавап			
Вариант 1	Вариант 2	1	2	3	4
Тигезләмәне чишегез: $9^{-1}\cdot 3^x=81$	$4^{-1}\cdot 2^x=8$	6	2	5	1
Тигезсезлекне чишегез: $\left(\frac{1}{5}\right)^x<25$	$\left(\frac{1}{3}\right)^x>9$	$(-\infty;\ -2)$	$(-2;\ 0)$	$(-2;\ \infty)$	$(0;\ 2)$
Тигезләмәне чишегез: $2^x+2^{x+2}=20$	$3^{x+2}-3^x=24$	−1	2	−2	1

Дөрес җавап: вариант 1—132; вариант 2—314

Эш 5. Логарифмик тигезләмәләр һәм тигезсезлекләр

Бирем		Җавап			
Вариант 1	Вариант 2	1	2	3	4
Тигезләмәне чишегез:					
$\log_{0.5}(\sqrt{x}-1)=-1$,	$\log_{0,2}(6-\sqrt{x})=-1$,	1	5	8	9
$\lg^2 x-\lg x=0$	$\lg^2 x+\lg x=0$	1; 100	1; 0,1;	1; 10	1; 0,01
Тигезсезлекне чишегез:					
$\log_5(-x)<0$	$\log_{0,4}(-x)<0$	$(-\infty;\ 0)$	$(-1;\ 0)$	$(0;\ \infty)$	$(-\infty;-1)$

Дөрес җавап: вариант 1—432; вариант 2—124

Эш 6. Күрсәткечле һәм логарифмик функцияләрнең чыгарылмалары

Бирем		Җавап			
Вариант 1	Вариант 2	1	2	3	4
$f(x)=x\cdot 2^x$	$f(x)=x\cdot 2^{x+1}$	−2	−1	1	2
булса, $f'(0)$ не табыгыз.					
$y=e^x,\ y=0,\ x=0,\ x=1$	$y=\frac{1}{x},\ y=0,\ x=1,\ x=3$	1,1	2,8	1,2	1,7
сызыклары белән чикләнгән фигураның мәйданын табыгыз (0,1 гә кадәр төгәллектә).					
Функциянең үсү аралыкларын табыгыз:					
$\varphi(x)=\frac{2x}{e^x}$	$\varphi(x)=\frac{x-1}{e^x}$	$[1;\ \infty)$	$(-\infty;\ 1]$	$(-\infty;\ 2]$	$[2;\ \infty)$

Дөрес җавап: вариант — 342; вариант 2 — 413.

АЛГЕБРА ҺӘМ АНАЛИЗ БАШЛАНГЫЧЛАРЫ БУЕНЧА ЗАЧЕТЛАР ҮТКӘРҮ ӨЧЕН КАРТОЧКА-БИРЕМНӘР

«Башлангыч функция һәм интеграл» темасы буенча зачет № 1

Карточка 1

1. Башлангыч функция билгеләмәсен әйтегез. Мисаллар китерегез.

2. $f(x) = \sin x + 2\cos x$ функциясе өчен графигы $A\left(\frac{\pi}{2};\ 0\right)$ ноктасы аша үтүче башлангыч функцияне табыгыз.

3. Түбәндәге сызыклар белән чикләнгән фигура мәйданын табыгыз.

а) $y = \sqrt{x}$, $y = 1$, $x = 4$; б)* $y = -x^2 + 2$, $y = -x$.

Карточка 2

1. Башлангыч функциянең үзлеген исбатлагыз.

2. $f(x) = 4\sin 2x - \frac{1}{2}\cos\frac{x}{2} + 1$ функциясе өчен башлангыч функцияләрнең гомуми күренешен табыгыз.

3. Түбәндәге сызыклар белән чикләнгән фигура мәйданын исәпләгез:

а) $y = x^3$, $y = 8$, $x = 1$;

б)* $y = 3\sin x$, $y = -\sin x$, $0 \le x \le \frac{2\pi}{3}$.

Карточка 3

1. Башлангыч функцияләр табуның өч кагыйдәсен исбатлагыз.

2. Исәпләгез:

а) $\int\limits_1^9 \frac{6x}{\sqrt{x}}dx$; б) $\int\limits_{-\frac{\pi}{2}}^{\pi} (\sin x + \cos x)^2 dx$.

3. Түбәндәге сызыклар белән чикләнгән фигураның мәйданын исәпләгез:

а) $y = x^2$, $y = \sqrt{x}$; б)* $y = -|x| + 2$, $y = x^2$.

Карточка 4

1. Кәкресызыклы трапеция өзлексез $f(x) > 0$ функция графигы, $x = a$, $x = b$ турылары һәм абсцисса күчәренең $[a;\ b]$ кисемтәсе белән чикләнгән булган. S — трапеция мәйданы. $S'(x) = f(x)$ тигезлегенең мәгънәсен аңлатыгыз.

2. Исәпләгез:

а) $\int\limits_1^4 (x-2)^2 dx$; б) $\int\limits_0^{\frac{\pi}{8}} \frac{4}{\cos^2 2x} dx$.

3. Түбәндәге сызыклар белән чикләнгән фигура мәйданын исәпләгез:

а) $y = x^2 + 1$, $y = x + 3$;

б)* $y = 2\cos^2 \frac{x}{2} + 1$, $y = 0$, $x = 0$, $x = \pi$.

Карточка 5

1. Кәкресызыклы трапеция өзлексез $f(x) > 0$ функция графигы; $x = a$, $x = b$ турылары абсцисса күчәренең $[a;\ b]$ кисемтәсе белән чикләнгән булсын. S — трапеция мәйданы.

$S(x) = F(x) - F(a)$ һәм $S = F(b) - F(a)$ тигезлекләренең мәгънәсен аңлатыгыз.

2. $F(x) = x\sqrt[3]{x} - \sin 2x + 3$ функциясе $f(x) = \frac{4}{3}\sqrt[3]{x} - 2\cos 2x$ функциясе өчен $(0;\ \infty)$ аралыгында башлангыч функциясе булуын исбатлагыз.

3. Түбәндәге сызыклар белән чикләнгән фигураның мәйданын исәпләгез:

а) $y = \cos x$; $y = 0$, $-0{,}5\pi \le x \le 0{,}5\pi$; б)* $y = -x^2 + 3$, $y = 2x$.

Карточка 6

1. Ньютон — Лейбниц формуласын языгыз. Аның мәгънәсен аңлатыгыз.

2. $f(x) = 6\sin 4x$ функциясе өчен $B\left(-\frac{\pi}{3};\ 0\right)$ ноктасы аша үтүче башлангыч функцияне табыгыз.

3. Түбәндәге сызыклар белән чикләнгән фигура мәйданын исәпләгез:

а) $y = -x^2 + 2x + 3,\ \ y = 0$;

б)* $y = 2\sin^2\frac{x}{2} + 2,\ \ y = 0,\ \ x = 0,\ \ x = \frac{3\pi}{2}$.

«Дәрәҗә төшенчәсен гомумиләштерү» темасы буенча зачет № 2

Карточка 1

1. Саннан *n* нчы дәрәҗә тамыр билгеләмәсен, арифметик тамыр билгеләмәсен әйтегез. Мисаллар китерегез.

2. $\left(3 - 2\sqrt{2}\right)^{-1} + \left(2^{0,5} - 1\right)^2$ аңлатмасын исәпләгез.

3. Тигезләмәне чишегез:

а) $8x^3 - 125 = 0$;

б) $\sqrt{(3x-1)(4x+3)} + 1 = 3x$;

в)* $\sqrt{4\cos x + 1} = 2\sin x$.

4. $\begin{cases} \sqrt[3]{y} - \sqrt{x} = 7, \\ \sqrt{x} \cdot \sqrt[3]{y} = 18 \end{cases}$ тигезләмәләр системасын чишегез.

Карточка 2

1. *n* нчы дәрәҗә арифметик тамырның төп үзлекләрен әйтегез һәм исбатлагыз.

2. $\frac{1}{\sqrt{2}-1} - 2^{0,2} \cdot \frac{1-2^{0,3}}{2^{-0,3}}$ аңлатмасын исәпләгез.

3. Тигезләмәне чишегез:

а) $x^6 = 64$; б) $\frac{4-x}{2+\sqrt{x}} = 8 - x$;

в)* $\sqrt{3\sin x + 1,5} = 2\cos x$.

4. $\begin{cases} \frac{1}{\sqrt{x}} + \frac{1}{\sqrt{y}} = 1, \\ \sqrt{x} + \sqrt{y} = 4 \end{cases}$ тигезләмәләр системасын чишегез.

Карточка 3

1. Иррациональ тигезләмә төшенчәсен аңлатыгыз. Чишелешләре булган, чишелешләре булмаган иррациональ тигезләмәләргә мисаллар китерегез.

2. $\left(\left(3\sqrt{3}\right)^{-\frac{2}{3}} - \frac{1}{0{,}5^{-1}}\right)\left(\left(3\sqrt{3}\right)^{-\frac{2}{3}} + 0{,}5\right)$ аңлатмасын исәпләгез.

3. Тигезләмәне чишегез:

а) $16x^4 - 81 = 0$;

б) $\sqrt{3x^2 - 11x + 10} = 8 - 2x$;

в)* $\sqrt{\sin^2 x + \sin x \cos x} = \sqrt{2} \sin x$.

4. $\begin{cases} x - y = 16, \\ \sqrt{x} - \sqrt{y} = 2 \end{cases}$ тигезләмәләр системасын чишегез.

Карточка 4

1. Иррациональ тигезләмәләрне чишү юллары, тигезкөчле күчешләр кулланып чишү турында сөйләгез.

2. Гамәлләрне эшләгез:

$$\left(\frac{2+x^{\frac{1}{4}}}{2-x^{\frac{1}{4}}} - \frac{2-x^{\frac{1}{4}}}{2+x^{\frac{1}{4}}}\right) \cdot \frac{4-\sqrt{x}}{\sqrt[4]{x^3}}.$$

3. Тигезләмәне (тигезсезлекне) чишегез:

а) $x^4 < 5$; б) $\sqrt[4]{x+1} + 20 = \sqrt{x+1}$;

в)* $3|x| + 3 = \sqrt{x^2 - 25}$.

4. $\begin{cases} x^2 + y^2 = 20, \\ xy = 8 \end{cases}$ тигезләмәләр системасын чишегез.

Карточка 5

1. Рациональ күрсәткечле дәрәҗә билгеләмәсен әйтегез. Рациональ күрсәткечле дәрәҗәләрнең төп үзлекләрен языгыз. Бу үзлекләрнең берсен исбатлагыз.

2. $\left(\frac{1}{16}\right)^{-\frac{3}{4}} + \left(\frac{1}{8}\right)^{-\frac{2}{3}} \cdot (0{,}81)^{-0{,}5}$ аңлатмасын исәпләгез.

3. Тигезләмәне (тигезсезлекне) чишегез:

а) $x^6 > 16$; б) $(x+2)\sqrt{x^2-x-20} = 6x+12$;

в)* $\sqrt{5-x} + \sqrt{x-3} = 2$.

4. $\begin{cases} x^2 + xy = 10, \\ y^2 + xy = 15 \end{cases}$ тигезләмәләр системасын чишегез.

«Логарифмик функция, логарифмик тигезләмәләр һәм тигезсезлекләр, тигезләмәләр системасы» темасы буенча зачет № 3

Карточка 1

1. Логарифмик функция, санның логарифмы билгеләмәләрен әйтегез. Төп логарифмик бердәйлекне языгыз.

2. $f(x) = \log_3\left(-0{,}5x^2 + 4{,}5\right)$ функциясенең билгеләнү өлкәсен табыгыз.

3. $\frac{3\log_7 4 + \log_7 0{,}5}{1 - \log_7 14}$ аңлатмасын гадиләштерегез.

4. $\begin{cases} 2^{y-1} = 4^{0.5x}, \\ \log_3(7x+y) = 2 \end{cases}$ тигезләмәләр системасын чишегез.

5*. $\frac{\log_2 \cos x + 1}{-x^2-4} > 0$ тигезсезлеген чишегез.

Карточка 2

1. Логарифмик функциянен графигын төзү планын сөйләгез. Мисаллар китерегез.

2. $y = \sqrt{4-x^2} \cdot \lg(x-1)^2$ функциясенен билгеләнү өлкәсен табыгыз.

3. Кайсы зуррак:

$3^{\log_2 5} + \sqrt{10}$ мы әллә $5^{\log_2 3} + \lg 11$ ме?

4. $\log_3\left(x^2-3\right) + \log_3 2 = \log_3(6x-10)$ тигезләмәсен чишегез.

5*. $y = \left|\log_2(x-1)\right|$ функциясенен графигын төзегез.

Карточка 3

1. Логарифмик функция үзлекләрен сөйләгез, аларны мисаллар белән күрсәтегез.

2. $y = 2{,}3^{\log_{2,3}(4-x^2)}$ функциясенең графигын төзегез.

3. Әгәр $\log_5 x = 4\log_5 3 - \frac{1}{3}\log_5 27$ булса, x ны табыгыз.

4. $\begin{cases} 2\sin x - 3\log_{0,5} y = 5, \\ 3\sin x + \log_{0,5} y = -3{,}5 \end{cases}$ тигезләмәләр системасын чишегез.

5*. $\lg^2 x - \lg x^2 > 3$ тигезсезлеген чишегез.

Карточка 4

1. Тапкырчыгышның логарифмы турындагы теореманы исбатлагыз.

2. $\log_2(4-3x) < 4$ тигезсезлеген чишегез.

3. $x^{0,5\lg x} = 0{,}01x^2$ тигезләмәсен чишегез.

$\begin{cases} 2^{1+\log_2(x+y)} = 8, \\ \log_2(3x-1) - \log_2 y = 3 \end{cases}$ тигезләмәләр системасын чишегез.

5*. $\log_{0,2} x + \log_{0,2}(x-3) + 1 \ge \log_{0,2} 0{,}8$ тигезсезлеген чишегез.

Карточка 5

1. Өлеш һәм дәрәҗә логарифмы турындагы теоремаларны исбатлагыз.

2. $y = \log_{0,5} 2x$ функциясенең графигын төзегез.

3. $\sqrt{x^2 - 36} \cdot (\lg 2x - 1) = 0$ тигезләмәсен чишегез.

4. $\begin{cases} 3^y + x = 10, \\ y - \log_3 x = 2 \end{cases}$ тигезләмәләр системасын чишегез.

5*. $\lg a = 3$, $\lg b = 2$ булса, $\log_{a\sqrt{b}} a^2 b$ ны исәпләгез.

Карточка 6

1. Логарифмның бер нигездән икенче нигезгә күчү формуласын языгыз, таблицалар һәм калькулятор ярдәмендә исәпләүләр оештырганда аның әһәмиятен аңлатыгыз.

2. $2^{\log_2(0,3x+1,5)} < 8$ тигезсезлеген чишегез.

3. $\lg(2x+6)+\lg 5x=2$ тигезләмәсен чишегез.

4. $(x-5)\log_3 x \geq 0$ тигезсезлеген чишегез.

5*. Кайсы зуррак: $\log_2 9\cdot\log_9 28$ мы яки $\log_2 16\sqrt{8}$ ме?

«Күрсәткечле логарифмик һәм дәрәҗәле функцияләрнең чыгарылмасы һәм башлангыч функциясе» темасы буенча зачет № 4

Карточка 1

1. *е* саны турында сөйләгез. $y=e^x$ функциясен дифференциаллау кагыйдәсен исбатлагыз.

2. $f(x)=\frac{4}{x^2}$ функциясе бирелгән. $f'(-1)$ табыгыз.

3. $\int\limits_{-3}^{1}\frac{dx}{5-3x}$ исәпләгез.

4. $y=x^{-0,4}$, $x=1$, $x=32$, $y=0$ сызыклары белән чикләнгән фигура мәйданын исәпләгез.

5. а) $f(x)=2x^2e^{x+1}$ функциясенең үсү, кимү аралыкларын һәм экстремумнарын табыгыз.

б)* Бу функция графигын схематик рәвештә сурәтләгез.

Карточка 2

1. $y=a^x$ функциясен дифференциаллау кагыйдәсен исбатлагыз. $y=e^x$, $y=a^x$ функцияләренең башлангыч функцияләрен әйтегез.

2. $x=0,5$ ноктасында $f(x)=\log_3 x$ һәм $\varphi(x)=3\ln 2x$ функцияләренең чыгарылмаларын исәпләгез.

3. $f(x)=\frac{3}{x-1}+\frac{2}{x+1}$ функциясе өчен башлангыч функцияләренең берсен табыгыз.

4. $y=2^x$, $y=1$, $x=2$ сызыклары белән чикләнгән фигураның мәйданын исәпләгез.

5. а) $f(x)=2x-2\ln x$ функциясенең үсү, кимү аралыкларын һәм экстремумнарын табыгыз.
б)* Бу функция графигын схематик рәвештә сурәтләгез.

Карточка 3

1. Логарифмик функцияне дифференциаллау кагыйдәсен исбатлагыз.

2. $f(x)=0{,}5e^{x-1}$ функциясе графигының $x_0=2$ ноктасындагы орынмасының тигезләмәсен язгыз.

3. $\ln^2 x+\ln x>0$ тигезсезлеген чишегез.

4. $y=\frac{1}{x}$, $x=2$, $y=2$ сызыклары белән чикләнгән фигураның мәйданын исәпләгез.

5. а) $f(x)=2(1+x)e^{-x}$ функциясенең үсү, кимү аралыкларын һәм экстремумнарын табыгыз.
б)* Бу функция графигын схематик рәвештә сурәтләгез.

Карточка 4

1. $f(x)=\frac{1}{x}$ функциясе өчен башлангыч функцияне әйтегез.

2. $f(x)=4^{x-1}\cos\frac{\pi}{2}x$ функциясе бирелгән. $f'(1)$не табыгыз.

3. $0{,}5\ln(3x-2)=\ln(4-x)$ тигезләмәсен чишегез.

4. $y=1+e^x$, $y=0$, $x=-1$, $x=0$ сызыклары белән чикләнгән фигураның мәйданын исәпләгез.

5. а) $f(x)=4(1-x)e^x$ функциясенең үсү, кимү аралыкларын һәм экстремумнарын табыгыз.
б)* Бу функция графигын схематик рәвештә сурәтләгез.

Карточка 5

1. Дәрәҗәле функцияне дифференциаллау кагыйдәсен исбатлагыз, аның башлангыч функциясен әйтегез.

2. $e^{\ln(4x-3)} < 1$ тигезсезлеген чишегез.

3. $0{,}5\ln x^2 + 2\ln\sqrt{x} = 4$ тигезләмәсен чишегез.

4. $y = e^{-x}$, $y = 0$, $x = -1$, $x = 2$ сызыклары белән чикләнгән фигураның мәйданын исәпләгез.

5. а) $f(x) = 0{,}5x^2 - \ln x$ функциясенең үсү, кимү аралыкларын һәм экстремумнарын табыгыз.

б)* Бу функция графигын схематик рәвештә сурәтләгез.

Карточка 6

1. Радиоактив таркалунын дифференциаль тигезләмәсе турында сөйләгез.

2. $e^x + 6e^{-x} = 5$ тигезләмәсен чишегез.

3. $f(x) = \frac{3^x + 3^{2-x}}{\ln 3}$ функциясенең $[0;\ 2]$ кисемтәсендә иң зур һәм иң кечкенә кыйммәтләрен табыгыз.

4. $y = \frac{6}{x}$, $y = 1$, $x = 1$ сызыклары белән чикләнгән фигураның мәйданын исәпләгез.

5. а) $f(x) = \frac{6\ln x}{x}$ функциясенең үсү, кимү аралыкларын һәм экстремумнарын табыгыз.

б)* Бу функциянең графигын схематик рәвештә сурәтләгез.

ҖАВАПЛАР ҺӘМ КҮРСӘТМӘЛӘР

Мөстәкыйль эшләр

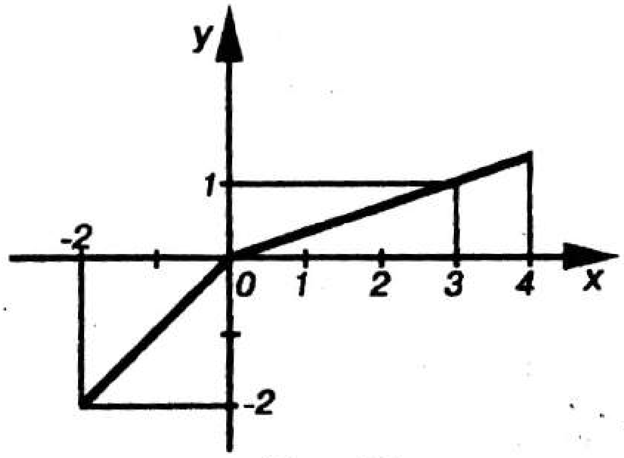
Вариант 1

М—1. 2. Башлангыч функцияләрнең гомуми күренеше: а) $\frac{x^6}{6}+C$; б) $-3{,}5x+C$. **М—2. 1.** $\frac{x^3}{3}+2\frac{1}{3}$. **М—3.** а) $-2\cos x+3\sin x+C$; б) $6\sqrt{x}+\frac{x^3}{3}+C$. **М—4. 1.** $S'(x)=2x$. **2.** 1,5. **М—5.** а) 12; б) 1. **М—6.** а) $8\frac{2}{3}$; б) 4. **М—7.** 60,9 м. **М—8.** а) $\frac{1}{3}$; б) $2-\sqrt{2}$. **М—9. 1.** а) 10,5; б) $3\sqrt{3}-3$. **2.** 7π. **М—10. 1.** Юк. **2.** а) 11; б) 15. **3.** а) 9,1488; б) 2,7589. **4.** Икенчесе зуррак. **М—11. 1.** $-\sqrt{2a^2}$ **2.** а) $-\sqrt[3]{18}$; б) 1. **3.** а) 3; б) $2a$. **М-12. 1.** 17. **2.** (8; 1). **М—13. 1.** а) 32; б) 27; в) 2. **2.** Беренчесе зуррак. **3.** $u^{\frac{1}{4}}+2$. **М—14. 2.** а) 8; б) 6. **3.** $(-2;\infty)$. **М—15. 1.** а) 4; б) 1,5. **2.** а) $(1{,}75;\infty)$; б) $(-2;\infty)$; **М—16. 1.** а) 0; б) 2. **2.** $(-\infty;-1)\cup(0;\infty)$. **М—17. 1.** $\lg 7+3\lg a+\frac{2}{3}\lg|b|$. **2.** а) 0,5; б) 2. **3.** 3,6419. **М—18. 1.** Икенчесе зуррак. **2.** $\left(-\frac{4}{3};\infty\right)$. **М—19. 1.** а) 1; 2; б) $\varnothing$. **2.** а) $(1;\infty)$; б) $(4{,}5;\infty)$. **М—20. 1.** а) 3; $\frac{1}{9}$; б) 10; 10 000 000. **2.** а) (0,0001; 10); б) $(\log_4 7+1;\infty)$. **М—21.** а) (2; 6); (6; 2); б) $(-2;1)$; $(-\log_2 3;\log_3 4)$. **М—22. 1.** а) $g(x)=\frac{4-x}{3}$, $D(g)=E(g)=R$; б) $g(x)=\sqrt{1-x^2}$, $D(g)=E(g)=[0;1]$. **2.** $g(-1)=-1$; $g(2)=\frac{2}{3}$; $g(3)=1$; $D(g)=[-2;4]$; $E(g)=\left[-2;\frac{4}{3}\right]$ (25 нче рәсем). **М—23. 1.** а) $-5e^{-5x}$; б) $2^x(1+x\ln 2)$. **2.** $y=\frac{2}{e}-\frac{x}{e}$. **3.** $(-\infty;-0{,}5)$ аралыгында кими, $[-0{,}5;\infty)$ аралыгында үсә. **4.** e^3-e. **М—24. 1.**

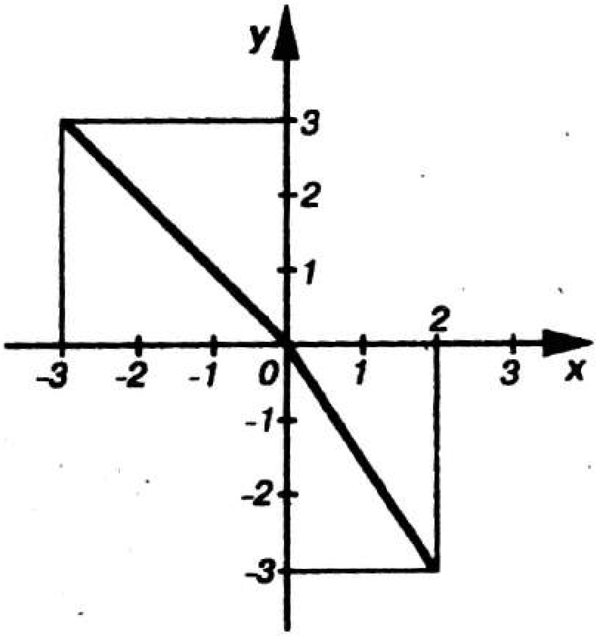
в) $\frac{2}{2x+1}$; б) $\frac{4x-3}{(2x^2-3x+1)\ln 3}$. **2.** $\ln 3$. **3.** $x_{min} = \frac{1}{\sqrt{e}}$. **М—25. 1.** $\sqrt{3}\left(x^{\sqrt{3}-1} + x^{-\sqrt{3}-1}\right)$. **2.** 5,002. **3.** $\frac{\sqrt{3}-1}{2}$. **М—26. 2.** $f(x) = 3e^{3x}$. **3.** $x'' = -4x$.

Вариант 2

М—1. 2. Башлангыч функцияләрнең гомуми күренеше: а) $-\frac{x^5}{5} + C$; б) $6{,}4x + C$. **М—2. 1.** $\frac{x^4}{4} - 1\frac{1}{4}$. **М—3.** а) $-3\cos x - 2\sin x + C$; б) $8\sqrt{x} - \frac{1}{2}x^2 + C$. **М—4. 1.** $S'(x) = 3x$. **2.** 1,5. **М—5.** а) 4; б) 1. **М—6.** а) 20; б) 4. **М—7.** 22,8 м.



Рәс. 25



Рәс. 26

М—8. а) $\frac{2}{3}$; б) $\sqrt{2} - 1$. **М — 9. 1.** а) 6,2; б) 1. **2.** $\frac{62}{3}\pi$. **М—10. 1.** Әйе. **2.** а) 7; б) 15. **3.** а) 5,4222; б) 3,2075. **4.** Беренчесе зуррак. **М—11. 1.** $-\sqrt{5b^2}$. **2.** а) $-\sqrt[3]{24}$; б) $4^6 = 4096$. **3.** а) 4; б) $-2a$. **М—12. 1.** 8. **2.** (64; 1). **М—13. 1.** а) $\frac{1}{9}$; б) 64; в) 4. **2.** Беренчесе. **3.** $2v^{\frac{1}{3}} + 1$. **М—14. 2.** а) 81; б) 8. **3.** $(-\infty;\ 1)$. **М—15. 1.** а) 1,5; б) $-\frac{1}{3}$. **2.** а) $(-\infty;\ 4{,}5)$; б) $(-\infty;\ -2]$. **М—16.** а) 1; б) 4. **2.** $[-2;\ \infty)$. **М—17. 1.** $4 + 6\log_2|a| + 0{,}6\log_2 b$. **2.**

а) 0,5; б) 2. **3.** 3,0600. **М—18. 1.** Беренчесе зуррак. **2.** $(0{,}5;\ \infty)$. **М—19. 1.** а) $-1;\ 5$; б) $\varnothing$. **2.** а) $\varnothing$; б) $(-2{,}5;\ 1{,}5)$. **М—20. 1.** а) $\frac{1}{8};\ 4$; б) $100;\ \sqrt[3]{10000000}$. **2.** а) $(0;\ \infty)$; б) $[0;\ \log_3 2]$. **М—21.** а) $(2;\ 4);\ (4;\ 2)$; б) $(1;\ -1);\ (\log_2 3;\ -\log_3 2)$. **М—22. 1.** а) $g(x)=\frac{3-x}{4}$, $D(g)=E(g)=R$; б) $g(x)=\sqrt{x^2+4}$; $D(g)=[0;\ \infty)$, $E(g)=[2;\ \infty)$. **2.** $g(-2)=2$. $g(1)=-1{,}5$; $D(g)=[-3;\ 2]$; $E(g)=[-3;\ 3]$ (26 нчы рәсем). **М—23. 1.** а) $-0{,}3e^{-0{,}3x}$; б) $3^x(1+x\ln 3)$. **2.** $y=\frac{2}{e}+\frac{x}{e}$. **3.** $\left(-\infty,\ \frac{1}{3}\right]$ аралыгында үсә, $\left[\frac{1}{3},\infty\right)$аралыгында кими. **4.** $e^{-2}-e^{-4}$. **М—24. 1.** а) $\frac{3}{3x-4}$; б) $\frac{2-6x}{(3x^2-2x+5)\ln 2}$. **2.** $\ln 2$ **3.** $x_{min}=\frac{1}{\sqrt[4]{e}}$. **М—25. 1.** $\sqrt{2}\left(x^{\sqrt{2}-1}-x^{-\sqrt{2}-1}\right)$. **2.** 2,0025. **3.** $\frac{\sqrt{5}-1}{4}$. **М—26. 2.** $f(x)=5e^{4x}$. **3.** $x''=-0{,}25x$.

Вариант 3

М—1. 2. а) Була ала; б) була алмый. **М—2. 2.** $F(x)=-\cos x-1$. **М—3.** $F(x)=(x-1)^2$. **2.** $\sqrt{2x+1}+4\cos\frac{x}{4}+C$. **М—4. 1.** $S(x)=$ $=1{,}5x^2+x-2{,}5$. **2.** 4. **М—5.** а) 10; б) 3; в) $6\sqrt{3}$. **М—6.** а) $2\frac{2}{3}$; б) 4. **М—7.** а) $S=1{,}5$; б) 1,45; 0,05; в) $S_n=\frac{1}{2}\left(3-\frac{1}{n}\right)$, $\lim\limits_{n\to\infty} S=1{,}5$. **М—8.** а) 7,5; б) 4,5. **М—9. 1.** а) 24,2; б) $8\sqrt{3}$. **2.** $0{,}5\pi$. **М—10. 1.** а) -2; б) 0. **2.** а) $-1;\ 1$; б) $-0{,}2$. **М—11. 1.** 2. **2.** $2-\sqrt{3}$. **3.** $(-\infty;\ -2)\cup(2;\ \infty)$. **М—12. 1.** -7; 2. **2.** $(4;\ 9)$; $(9;\ 4)$. **М—13. 1.** Беренчесе. **2.** 43. **3.** $\sqrt{y}-\sqrt{x}$. **М—14.** а) $(-1;\ \infty)$; $(-1;\ 2)$; б) $\max\limits_{[-2;\ 4]} y=y(4)=15$, $\min\limits_{[-2;\ 4]} y=y(0)=0$.

М—15. 1. а) $-1{,}5$; б) 2. **2.** а) $(-\infty;\ 0)$; б) $(-\infty;-3)\cup(3;\infty)$ **М—16. 1.** $(-\infty;\ -1{,}5)\cup(-0{,}5;\ \infty)$. **2.** а) 2; б) 2. **М—17. 1.** 2. **2.** 21. **3.**

$\lg x = -\frac{1}{3} - \frac{1}{2}\lg a$. **М—18.** а) (0,5; 8); б) $\min\limits_{[0,5;\ 8]} y = y(2) = 0$, $\max\limits_{[0,5;\ 8]} y = y(0,5) = y(8) = 2$. **М—19. 1.** а) 16; б) 100; 0,01. **2.** а) (0; 1); б) (–1; 1). **М—20. 1.** 3. **2.** а) $(0;\ 0,1] \cup [10;\ \infty)$; б) [2; 9]. **М—21.** а) (27; 9); б) (0; 3). **М—22.** а) Кире функция: $y = -3x + 6$; б) кире функция: $y = \sqrt{x+1}$. **М—23. 1.** $-e^{-2x}(2\cos 3x + 3\sin 3x)$; –2. **2.** $\frac{80}{3\ln 3} \approx 24,3$. **3.** $e^2 - 3 \approx 4,4$. **М—24. 1.** $\frac{10}{x}$; 6. **2.** (0; 1] аралыгында үсә, [1; ∞) аралыгында кими. **3.** $4\ln 4 - 3 \approx 2,55$. **М—25. 1.** 11,25. **2.** $y = 2x + 3$. **М—26. 2.** $y = Ce^{-2x}$, $y = e^{1-2x}$.

Вариант 4

М—1. 2. а) Була ала; б) була алмый. **М—2. 2.** $F(x) = \sin x + 1$. **М—3. 1.** $F(x) = (x+2)^2$. **2.** $\frac{2}{3}\sqrt{3x-1} + 2\sin\frac{x}{2} + C$. **М—4. 1.** $S(x) = 0,25x^2 + x$. **2.** 4. **М—5.** а) 16; б) 42; в) $\frac{4\sqrt{3}}{3}$. **М—6.** а) $5\frac{1}{3}$; б) 4. **М—7.** а) $s = 0,75$; б) 0,725; 0,025; в) $S_n = \frac{1}{4}\left(3 - \frac{1}{n}\right)$, $\lim\limits_{n\to\infty} S_n = 0,75$. **М—8.** а) 4,5; б) $10\frac{2}{3}$. **М—9. 1.** а) 12,2; б) 8. **2.** $\frac{13}{15}\pi$. **М—10. 1.** а) $2\sqrt{10} - 3$; б) 2а. **2.** а) –1; 1; б) $\frac{1}{3}$. **М—11. 1.** 4. **2.** $\frac{3+\sqrt{5}}{2}$. **3.** (–1;1). **М—12. 1.** 2;–12. **2.** (1; 9), (9; 1). **М—13. 1.** Саннар тигез. **2.** 18. **3.** $\sqrt{a} - \sqrt{b}$. **М—14.** а) (–1; ∞); (–1; 1); $\max\limits_{[-2;\ 2]} y = y(2) = 8$; $\min\limits_{[-2;\ 2]} y = y(0) = 0$. **М—15. 1.** а) $-1\frac{1}{3}$; б) 0,25. **2.** а) (–∞; –1); б) (–3; 3). **М—16. 1.**(-0,5; 2,5). **2.** а) 3; б) 3.

М—17. **1.** 3. **2.** 30. **3.** $\lg x = -1{,}5 - \frac{2}{3}\lg a$. **М—18.** а) (1; 5; 5); б) $\max\limits_{[1{,}5;\ 9]} y = y(9) = 3$, $\min\limits_{[1{,}5;\ 9]} y = y(2) = 0$. **М—19. 1.** а) 8; б) 1000; 0,001. **2.** а) (0; 2); б) $(-1;\ 1)$. **М—20. 1.** 1; 2. **2.** а) $[0{,}2;\ 5]$; б) $[1;\ 4]$. **М—21.** а) (64; 16); б) (3; 1). **М—22.** а) Кире функция: $y = -2x + 4$; б) кире функция: $y = \sqrt{x+2}$. **М—23. 1.** $e^{-x}(-\sin 2x + 2\cos 2x)$. **2.** $\frac{24{,}8}{\ln 5} \approx 15{,}4$. **3.** $e^2 - 3 \approx 4{,}4$. **М—24. 1.** $\frac{1}{8x}$; $-\frac{1}{6}$. **2.** $(0;\ 1]$ аралыгында кими, $[1;\ \infty)$ аралыгында үсә. **3.** $2\ln 4 - 1{,}5 \approx 1{,}27$. **М—25. 1.** 22,5. **2.** $y = -3x + 4$. **М—26. 2.** $y = Ce^{-4x}$, $y = e^{5-4x}$.

Вариант 5

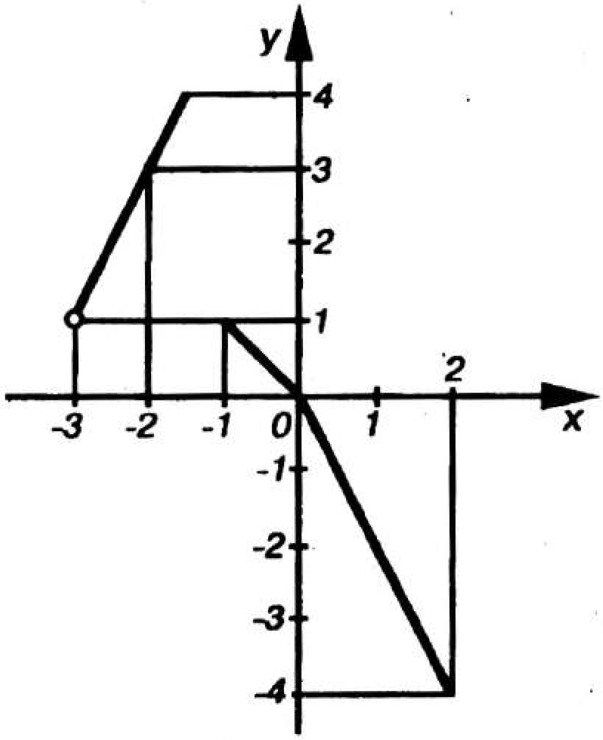
М—1. 2. а) Әйе; б) юк. **М—2. 1.** $1 + x - \frac{x^2}{2}$. **2.** а) $\frac{2}{21}(7x+1)\sqrt{7x+1} + C$; б) $-\frac{1}{3}\cos 3x - \operatorname{tg} x + C$. **М—3.** а) $-\cos\frac{x}{2} - \sin\frac{x}{3} + C$; б) $\frac{1}{x} + \frac{1}{2x^2} + \frac{2}{\sqrt{x}} + C$. **М—4.** а) $1\frac{1}{3}$; б) 1. **М—5.** а) $4\frac{2}{3}$; б) 0; в) 28. **М—6.** а) $1\frac{1}{6}$; б) $3\sqrt{3}$. **М—7.** 32. **М—8. 1.** π. **2.** $0{,}4 + \frac{4}{\pi}$. **М—9. 1.** а) 8π; б) $25{,}6\pi$. **2.** $\frac{1}{6}$Дж. **М—10. 1.** Юк. **2.** а) 2; б) $2\frac{1}{3}$. **3.** а) 2,2057; б) 2,6741. **4.** Беренчесе зуррак. **М—11. 1.** $-a\cdot\sqrt[4]{2}$. **2.** а) $\sqrt[3]{5}$; $-\sqrt[3]{2}$; б) 1. **3.** а) 3; б) $a \ge 0$ булганда $2a$; $a < 0$ булганда 0. **М—12. 1.** -3; 4. **2.** (64; 1). **М—13. 1.** а) 0,5; б) $\frac{1}{3}$. **2.** Саннар тигез. **3.** 4. **М—14. 2.** а) 25; б) $\frac{1}{27}$. **3.** $D(y) = [2;\ \infty)$, $E(y) = [0;\ \infty)$. **М—15. 1.** а) 4; б) -1. **2.** а) $(-\infty;\ 0)$; б) $(-1;\ 1)$. **М—16. 1.** а) $\pm\sqrt{\frac{7}{3}}$; б) -2; -1. **2.** $(-2;\ \infty)$. **М—17. 1.** а) 4; б) 9. **2.** $1{,}5 - 2\log_2 3 + \log_2 a + \frac{1}{12}\log_2 b +$

$\frac{1}{4}\log_2 c - \frac{1}{2}\log_2 x - 2\log_2|y|$. **3.** а) Тигез; б) беренчесе зуррак. **М—18. 1.** а) Минус; б) плюс. **2.** $(-\infty;-\sqrt{10})\cup(-\sqrt{10};\ -3)\cup(3;\ \sqrt{10})\cup(\sqrt{10};\ \infty)$. **М—19. 1.** а) -1; 6; б) 3,5. **2.** а) $\left(\frac{4}{3};\ 3\right)$; б) $(1;\ \infty)$. **М—20. 1.** а) $\frac{1}{3}$; $27\sqrt{3}$; б) 10; $100\sqrt[4]{1000}$. **2.** а) $(0;\ 0{,}1)\cup(\sqrt[4]{10};\ \infty)$; б) $(\log_7 5;\ \infty)$. **М—21.** а) (3; 5); (5; 3); б) $(2\pi k;\ \pi n)$; $\left(\frac{\pi}{2}+\pi k;\ (-1)^n\frac{\pi}{6}+\pi n\right)$, $k\in z$, $n\in z$. **М—22. 1.** а) $g(x)=\frac{x-1}{x+1}$, $D(g)=(-\infty;\ -1)\cup(-1;\ \infty)$, $E(g)=(-\infty;\ 1)\cup(1;\ \infty)$; б) $g(x)=-\sqrt{3-x^2}$, $D(g)=[0;\ \sqrt{3}]$; $E(g)=[-\sqrt{3};\ 0]$. **2.** $g(-2)=3$; $g(0)=0$; $g(1)=-2$. $D(g)=(-3;\ -1{,}5]\cup[-1;\ 2]$; $E(g)=[-4;\ 4]$ (27 нче рәсем). **М—23. 1.** а) $0{,}02e^{7+0{,}1x}$; б) $-2\ln 3\cdot\left(\frac{1}{3}\right)^{2x+0{,}5}$. **2.** $y=-x+2$. **3.** $(-\infty;\ 0]$ аралыгында кими, $[0;\ \infty)$ аралыгында үсә. **4.** $\frac{7}{6}$. **М—24.** а) $\frac{1}{x-5}$; б) $\frac{2x\sqrt{x}-1}{\ln 3(x^2\sqrt{x}-2x)}$. **2.** $y=\frac{x}{4\ln}+2-\frac{1}{4\ln}$. **3.** $(0;\ e^{-0{,}5}]$ аралыгында кими, $[e^{-0{,}5};\ \infty)$ аралыгында үсә. **М—25. 1.** $\sqrt{2}x^{\sqrt{2}-1}-2x^{-3}$. **2.** 0,004. **3.** $\frac{\pi^{n+1}-1}{\pi+1}\approx 27{,}4167$. **М—26. 1.** $y'=-3y$. **2.** $f(x)=2^{2x-1}$. **3.** $A\cos\left(\frac{1}{3}t+\varphi\right)$.

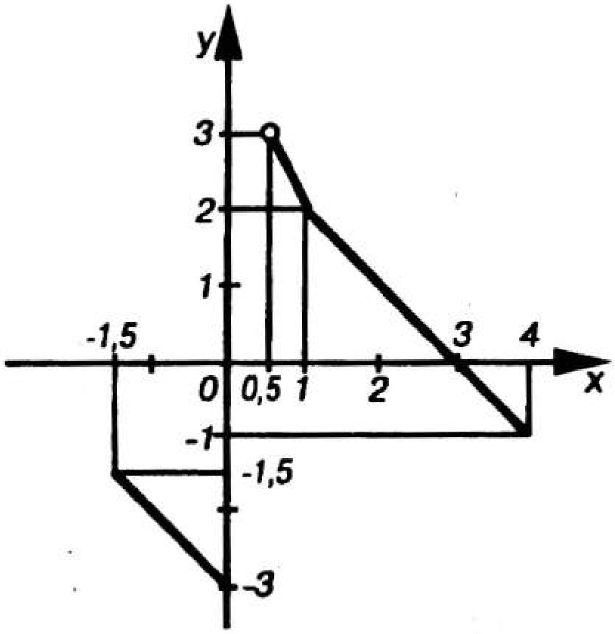
Вариант 6

М—1. 2. а) Әйе; б) юк. **М—2. 1.** $x-2x^2+12$. **2.** а) $\frac{1}{9}(6x-2)\times\sqrt{6x-2}+C$; б) $\frac{1}{3}\sin 3x-\operatorname{ctg}x+C$. **М—3.** а) $-\cos\frac{x}{3}+\sin\frac{x}{2}+C$; б) $-\frac{2}{x}-\frac{3}{2x^2}-\frac{2}{\sqrt{x}}+C$. **М—4.** а) $\frac{1}{4}$; б) 1. **М—5.** а) 2; б) 1; в) $-\frac{56}{3}$. **М—6.** а) $\frac{4\sqrt{2}}{3}-1\frac{1}{6}$; б) $8-3\sqrt{3}$. **М—7.** $\frac{2}{3}t\sqrt{t}+\frac{\sin\pi t}{\pi}+3$. **М—8. 1.** $\sqrt{3}-1$. **2.** -13. **М—9. 1.** а) $6{,}4\pi$; б) 8π. **2.** 0,02 Дж. **М—10. 1.** Әйе. **2.** а) 1; б) 6,2. **3.** а) 2,7320; б) 2,7583. **4.** Икенчесе зуррак.

M—11. **1.** $-b\sqrt[3]{2}$. **2.** а) $\sqrt[3]{5}; -\sqrt[3]{3}$; б) 625. **3.** а) 4; б) $a \ge 0$ булганда 2a, $a < 0$ булганда 0. **M—12.** **1.** $4\sqrt{2}$. **2.** (64; 1); (1; 64). **M—13.** **1.** а) 6; б) 5. **2.** Беренчесе зуррак. **3.** 2. **M—14.** **2.** а) 3; б) $\frac{1}{4}$. **3.** $D(y) = [2; \infty)$, $E(y) = [0; \infty)$. **M—15.** **1.** а) 0; б) $\frac{5}{6}$. **2.** а) $[-1; \infty)$; б) $(-\infty; -4) \cup (4; \infty)$. **M—16.** **1.** а) $\pm\sqrt{\frac{10}{3}}; \pm\sqrt{\frac{2}{3}}$; б) −3,5; 1. **2.** $\varnothing$. **M—17.** **1.** а) 4; б) −27. **2.** $3 - \log_5 3 + 2\log_5|a| + \frac{1}{3}\log_5 b + \frac{5}{3}\log_5 x - \frac{1}{2}\log_5 y - 3\log_5 z$. **3.** а) Тигезләр; б) икенчесе зуррак. **M—18.** **1.** а) Плюс; б) плюс. **2.** $(-\infty; -\sqrt{5}) \cup (-\sqrt{5}; -2) \cup (2; \sqrt{5}) \cup (\sqrt{5}; \infty)$. **3.** График $y = \lg x$ функция графигыннан $0y$ күчәренә карата симметрия ярдәмендә табыла. **M—19.** **1.** а) −1; 4; б) 0. **2.** а) $[0{,}5; 2\sqrt[3]{4}]$; б) $(-1; 0) \cup (0; \infty)$. **M—20.** **1.** а) 2; $\frac{1}{2\sqrt[3]{4}}$; б) 10; $0{,}1\sqrt{0{,}1}$. **2.** а) $(0; 10^{1-\sqrt{3}}) \cup (10^{1+\sqrt{3}}; \infty)$; б) $(\log_{15} 2; \infty)$. **M—21.** а) (3; 6); (6; 3); б) $(\frac{\pi}{2} + \pi k; -\frac{\pi}{2} + 2\pi n)$; $(\pm\frac{\pi}{3} + 2\pi k; \pi n)$. $k \in Z$, $n \in Z$. **M—22.** **1.** а) $g(x) = \frac{1-x}{1+x}$, $D(g) = (-\infty; -1) \cup (-1; \infty)$; $E(g) = (-\infty; -1) \cup (-1; \infty)$; б) $g(x) = -\sqrt{2 - x^2}$;



Рәс. 27



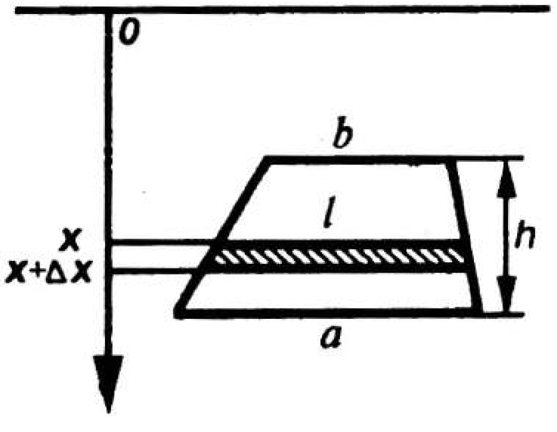
Рәс. 28

$D(g) = \left[0; \sqrt{2}\right]$, $E(g) = \left[-\sqrt{2}; 0\right)$. **2.** $g(-1) = -2$; $g(1) = 2$; $g(3) = 0$; $D(g) = [-1,5; 0] \cup [0,5; 4]$; $E(g) = [-3; -1,5] \cup [-1; 3)$ (28 нче рәсем). **М—23.** **1.** а) $6e^{3+2x}$; б) $-5 \ln 14 \cdot 14^{0,2-5x}$. **2.** $y = x + 2$. **3.** $(-\infty; -2]$ аралыгында кими, $[-2; \infty)$ аралыгында үсә. **4.** $26\frac{26}{27}$.

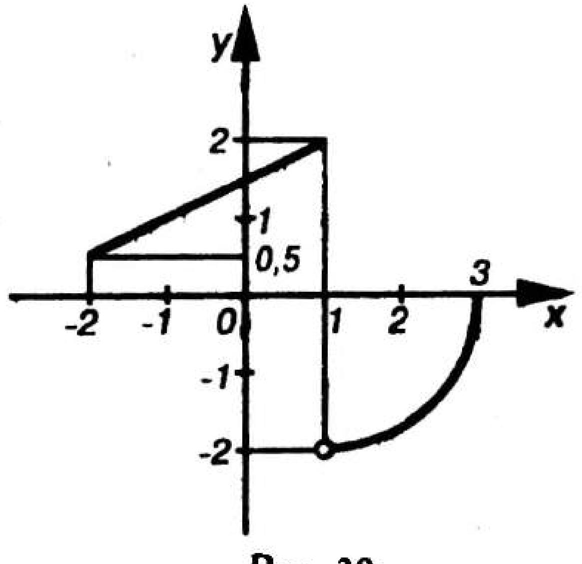
М—24. **1.** а) $\frac{1}{x-6}$; б) $\frac{3x^2 + x^{-1,5}}{\left(x^3 - 2x^{-0,5}\right) \ln 4}$. **2.** $y = \frac{2}{3 \ln 3} x - \frac{2}{3 \ln 3} + 1$. **3.** $\left(-1; -1 + \sqrt{10}\right]$ аралыгында кими, $\left[-1 + \sqrt{10}; \infty\right)$ аралыгында үсә. **М—25.** **1.** $\sqrt{3} x^{\sqrt{3}-1} - 1,5x^{-2,5}$. **2.** 0,0006 **3.** $\frac{e^{e+1} - 1}{e+1} \approx 10,8097$.
М—26. **1.** $y' = -0,4y$. **2.** $f(x) = 3^{x+1}$. **3.** $y = A \cos\left(\frac{1}{2} t + \varphi\right)$.

Вариант 7

М—1. **1.** а) Әйе; б) юк. **М—2.** **1.** $2,5 - \cos x$. **2.** а) $-x + \frac{1}{9}(6x - 1)\sqrt{6x - 1} + C$; б) $-\frac{1}{64} \cos 8x + C$. **М—3.** а) $-\frac{2}{3} \cos(1,5x - 1) + \frac{2}{3} x\sqrt{x} + C$; б) $\frac{1}{3} \operatorname{tg}(x - 7) + \frac{x^3}{6} + C$. **М—4.** а) $2\sqrt{3} - 1\frac{2}{3}$; б) 0,5.
М—5. а) $86\frac{2}{3}$; б) $\sqrt{3}$; в) $\frac{\pi}{8} + \frac{1}{4}$. **М—6.** а) $1\frac{1}{3}$; б) $\frac{6 - 3\sqrt{3}}{4}$.
М—7. 1200 м; 0,4 м/с^2. **М—8.** **1.** $\frac{7}{8} + \frac{3(2-\sqrt{3})}{4\pi}$. **2.** 2. **М—9.** **1.** $5\frac{1}{3}\pi$.
2. $308 \frac{1}{3} gH$. Чишү. Стенаның бер ягына басымны исәплик. Трапециянең киңлеге $\Delta x = \frac{h}{n}$ булган тар кисәкләргә (полосаларга) бүлик (29 нчы рәсем).



Рәс. 29



Рәс. 30

Өске нигезе x тирәнлегендә яткан кисәккә су басымын исәплик. Өске нигез озынлыгы $l_x = b + (a-b)\frac{x-c+h}{n}$, ә мәйданы якынча $S_x \approx l_x \Delta x$ ка тигез. Бу полосага суның басымы якынча

$p_x \approx S_x x g \approx g\left(bx + \frac{(a-b)(x-c+h)x}{n}\right)\Delta x$ ка тигез. Стенаның бер ягына

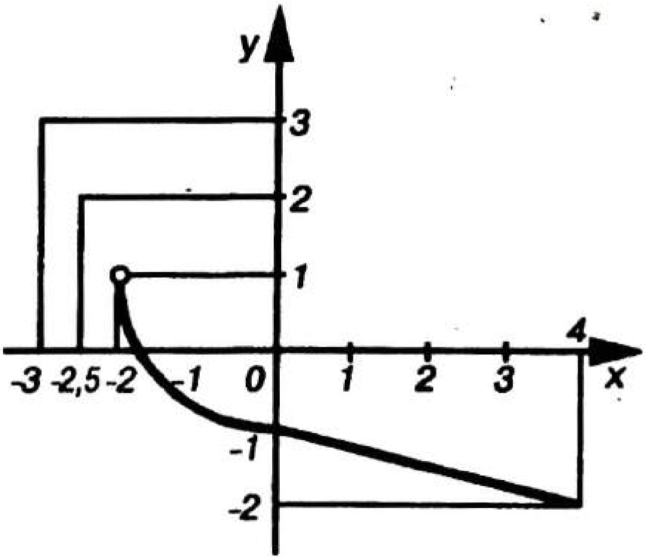
басым $p = \int\limits_{c-h}^{c} g\left(bx + \frac{(a-b)(x-c+h)x}{n}\right)dx$ булса, ягъни $g\int\limits_{5}^{10}\Big((6x +$

$+ \frac{4(x-5)}{5}x\Big)dx = g\left(\frac{4}{15}x^3 + x^2\right)\Big|_5^{10} = 308\frac{1}{3}g$ була. **М—10. 1.** Юк. **2.** а) 3; б) 3,5. **3.** а) 2,7585; б) 3,2053. **4.** Беренчесе зуррак. **М—11. 1.** $a \geq 0$ булганда. **2.** а) 0; 16; б) $5^6 = 15625$. **3.** а) $2\sqrt{3}$; б) 1. **М—12. 1.** $\frac{2}{3}$. **2.** (8;1); (–1; –8). **М—13. 1.** а) $2\frac{1}{125}$; б) b;3. **2.** а) $a \geq 0$ булганда; б) барлык a лар өчен. **3.** $2x^{1,5}$. **М—14. 2.** а) Беренчесе зуррак; б) тигез. **3.** $D(y) = [0; \infty)$, $E(y) = (0; 1]$. **М—15. 1.** а) 1,5; б) –0,5; 4. **2.** а) (–0,25; 0); б) [0; 1]. **М—16. 1.** а) 6; б) $\frac{\pi(2n+1)}{4}, n \in z$ **2.** $[1;\infty)$. **М—17. 1.** $1{,}5 + \frac{1}{3}\log_7 a + \frac{1}{3}\log_7|b| +$ $+ \frac{1}{2}\log_7 c - \frac{1}{2}\log_7 d - \log_7 5 - \frac{1}{2}\log_7 k$. **2.** $3(1-a-b)$. **3.** а) 2; б) 0. **М—18. 1.** а) Минус; б) плюс. **2.** $(3; 4)\cup(4; 7]$. **М—19. 1.** а) 1; б) 0,1; 100. **2.** а) $(-\infty; 0)\cup(2; \infty)$; б) (1,5; 2). **М—20. 1.** а) $\pm\sqrt{0{,}1}$; $\pm$ 100; б) 10. **2.** а) $(3; \infty)$; б) $(-\infty; \log_2 3)\cup(2; \infty)$. **М—21.** а) $\left(\frac{9+5\sqrt{3}}{2};\ \frac{9-5\sqrt{3}}{2}\right)$; $\left(\frac{9-5\sqrt{3}}{2};\ \frac{9+5\sqrt{3}}{2}\right)$; б) (2; 6). **М—22. 1.** а) $g(x) = \sqrt[3]{3-x}$, $D(g) = E(g) = R$; б) $g(x) = \sqrt{\frac{1}{\sqrt[3]{x^2}} - 1}$, $D(g) = (0; 1]$, $E(g) = [0; \infty)$. **2.** $g(-1) = 1$; $g(1) = 2$; $g(2) = -\sqrt{3}$; $D(g) = [-2; 3]$; $E(g) =$ $= (-2; 0]\cup[0{,}5; 2]$ (30 нчы рәсем). **М—23. 1.** а) $-14e^{2-14x}$; б) $-\ln 2 \cdot 0{,}5^{0{,}5x+2}$. **2.** $y = 2x$. **3.** $x_{max} = -1$, $x_{min} = 1$. **4.** $2\left(e^2 - 3\right)$.

М—24. **1.** а) $\frac{3x^2-4x}{x^3-2x^2+1}$; б) $\frac{4}{3(2x-3)\ln 2}$. **2.** $7\ln 7$. **3.** $x_{max}=\frac{1}{e}$, $x_{min}=e$.
М—25. $\left[0;\ \frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{3}+1}\right]$ кисемтәсендә үсә, $\left[\frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{3}+1};\ \infty\right)$ аралыгында кими.
2. 0,0025. **3.** $\frac{x^{\sqrt{2}+1}}{\sqrt{2}+1}+\frac{x^{-\sqrt{2}+1}}{1-\sqrt{2}}+C$. **М—26.** **1.** Юк. **2.** $f(x)=5^{x-5}$.
3. $y=4\cos\left(\sqrt{3}t+\frac{5\pi}{3}\right)$, $A=4$; $\omega=\sqrt{3}$, $\varphi=\frac{5\pi}{3}$.

Вариант 8

М—1. **1.** а) Әйе; б) юк. **М—2.** **1.** $\sin x+1{,}5$. **2.** а) $2x-\frac{1}{12}(8x+1)\sqrt{8x+1}+C$; б) $-\frac{1}{16}\cos 2x+C$. **М—3.** а) $\frac{2}{3}\sin\times$ $\times(1{,}5x-1)+\frac{2}{3}(x+1)\sqrt{x+1}+C$; б) $\frac{2}{5}\mathrm{ctg}(2-x)-\frac{x^2}{6}+C$. **М—4.** а) $\frac{10\sqrt{5}-19}{3}$; б) 0,5. **М—5.** а) 6; б) $1-\frac{1}{\sqrt{3}}$; в) $\frac{\pi}{6}-\frac{\sqrt{3}}{8}$. **М—6.** а) $\frac{9}{8}$; б) $\frac{3\sqrt{3}}{4}-1$; **М—7.** $\frac{t^3}{3}-\frac{t^2}{2}+t-1$; $2t-1$. **М—8.** **1.** $3{,}5+\frac{12+6\sqrt{3}}{\pi}$. **2.** 1. **М—9.** **1.** 42π. **2.** 312 gН. К ү р с ә т м ә. Вариант 7 не кара. **М—10.** **1.** Әйе. **2.** а) 1; б) 4,2. **3.** а) 3,0114; б) 3,5395. **4.** Беренчесе зуррак. **М—11.** **1.** Барлык b өчен. **2.** а) 1; б) 729. **3.** а) $2\sqrt{2}$; б) $|\sqrt{a}-\sqrt{b}|$. **М—12.** **1.** 3. **2.** (8;1); (1; 8). **М—13.** **1.** а) 21; б) а; 3. **2.** а) $a=0$ булганда; б) $a\geq 0$ булганда. **3.** $\frac{x+y}{xy}$. **М—14.** **2.** а) Беренчесе зуррак; б) тигез. **3.** $D(y)=[-1;\infty)$, $E(y)=[0;\infty)$. **М—15.** **1.** а) 2; б) 0,5; 4. **2.** а) $\left(-\infty;-\frac{1}{4}\right)\cup(0;\infty)$; б) $(-\infty;-1]\cup[0;\infty)$. **М—16.** **1.** а) $\frac{4}{3}$; б) $\frac{\pi}{2}+\pi n$, $n\in Z$. **2.** $(-5;3)\cup(4;\infty)$. **М—17.** **1.** $-2+\frac{7}{8}\log_5 b-\log_5 a$. **2.** $3(1-2a-b)$. **3.** а) 2; б) 0. **М—18.** **1.** а) Плюс; б) минус. **2.** $(-2;-1)\cup(-1;3]$. **М—19.** **1.** а) 2; б) 0,1; 1000. **2.** а) $(-\infty;0)\cup(3;\infty)$; б) $(-1;\infty)$. **М—20.** **1.** а) ± 10; $\pm\sqrt{0{,}001}$; б) 10. **2.** а) $(-7;-1)\cup(2;\infty)$; б) $(1;\log_3 5)$. **М—21.** а) (5; 4); б) (5; 2). **М—22.** **1.** а) $g(x)=0{,}5\sqrt[3]{1-x}$, $D(g)=E(g)=R$; б) $g(x)=-\sqrt{\frac{1}{\sqrt[3]{x^2}}-2}$, $D(y)=\left(0;\frac{1}{\sqrt{8}}\right)$; $E(g)=(-\infty;0)$. **2.** $g(-2)$ билгеләнмәгән, $g(-1)=$ $=1-\sqrt{3}$; $g(3)=-1{,}5$; $D(g)=[-3;-2{,}5]\cup(-2;4]$; $E(g)=$ $=[-2;1)\cup[2;3]$ (31 нче рәсем).

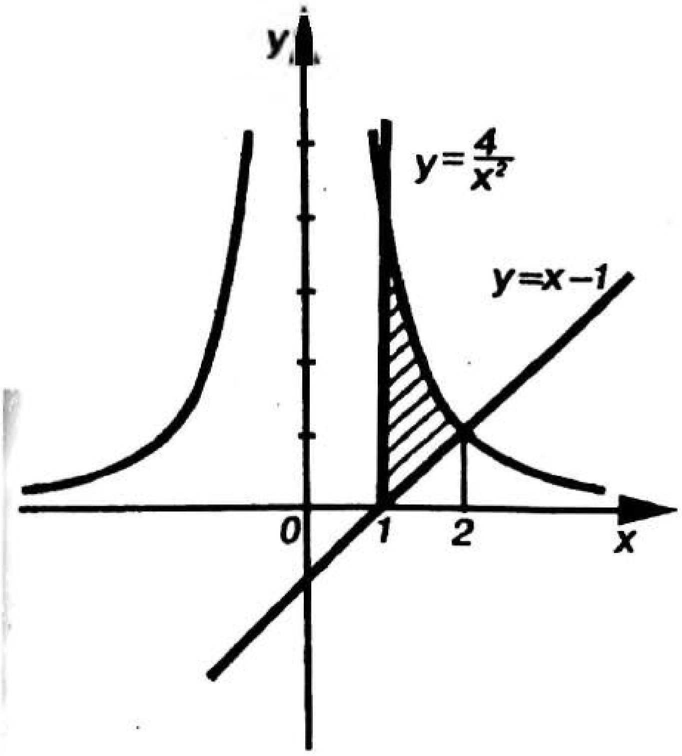


Рәс. 31

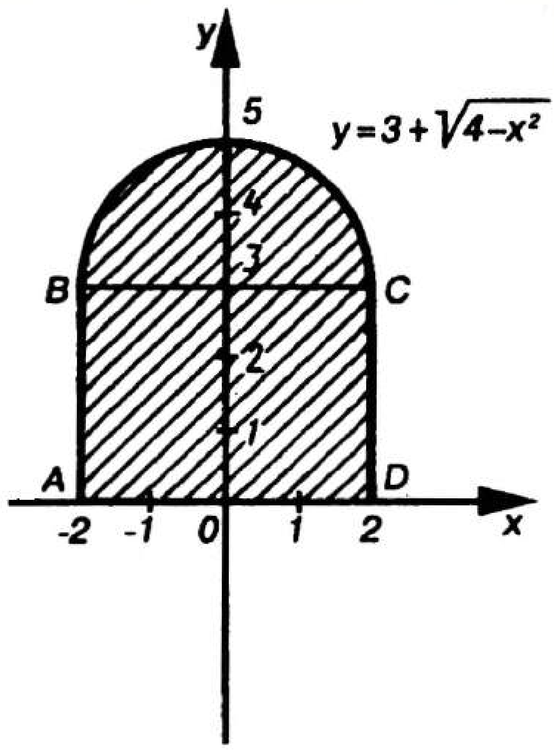
М—23. **1.** а) $-7e^{4-7x}$; б) $-6\ln 2 \cdot 4^{2-3x}$. **2.** $y = 2$, $x_{min} = \pm 1$, $x_{max} = 0$. **4.** $\frac{e^4-2e^3-e^2}{2}$. **М—24.** **1.** а) $\frac{4x^3-9x^2+1}{x^4-3x^3+x}$; б) $\frac{1}{(2x-80)\ln 3}$. **2.** $5\ln 5$. **3.** $x_{min} = 0,5$; $x_{min} = 2$; $x_{max} = 1$. **М—25.** **1.** $\left[0; \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}+1}\right]$ кисемтәсендә кими, $\left[\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}+1}; \infty\right)$ аралыгында үсә. **2.** 0,005. **3.** $\frac{x^{\sqrt{3}+1}}{\sqrt{3}+1} + \frac{x^{-\sqrt{3}+1}}{1-\sqrt{3}} + C$. **М—26.** **1.** Юк. **2.** $f(x) = 3^{2x-4}$ **3.** $y = 2\cos\left(2t + \frac{\pi}{3}\right)$; $A = 2$; $\omega = 2$; $\varphi = \frac{\pi}{3}$.

Вариант 9

М—1. **1.** $x \neq 0$ булганда, $F'(x) = f(x)$ тигезлеге ансат тикшерелә. $x = 0$ булганда, $F'(0) = \lim\limits_{x\to 0} \frac{F(x)-F(0)}{x} = \lim\limits_{x\to 0} \frac{x|x|-0}{x} = \lim\limits_{x\to 0}|x| = 0$. **2.** а) Әйе; б) юк. **М—2.** **1.** $\sqrt{x^2-1}+1$. **2.** а) $\frac{2x+\sin 2x}{4} + C$. Күрсәтмә. $\cos^2 x = \frac{1+\cos 2x}{2}$; б) $-0,5\frac{1}{x^2+1} + C$. **М—3.** а) $2\mathrm{tg}(x-1) - \cos(4-3x) + x + C$; б) $\sin x - x\cos x + \frac{1}{3}\sqrt{(2x-1)^3} + C$. **М—4.** а) 4; б) 6. **М—5.** **1.** а) $-\frac{\sqrt{3}}{4}$; б) $\frac{2}{9}\left(3^9 - 0,5^9\right)$. **2.** $A>10$; $A>1000$; $A > \frac{1}{\varepsilon}$. **М—6.** **1.** 1,5. Күрсәтмә. $x^3 - x^2 - 4 = 0$ булганда $\frac{4}{x^2} = x - 1$; сул ягын тапкырлаучыларга таркатып, табабыз: $(x^3-8) - (x^2-4) = (x-2)(x^2+2x+4-x-2) = (x-2)(x^2+x+2)$; бу аңлатма $x = 2$ булганда нульгә әйләнә, димәк, (32 нче рәсем) $\int_1^2 \frac{4}{x^2}dx - \int_1^2 (x-1)dx = -\frac{4}{x}\Big|_1^2 - \frac{(x-1)^2}{2}\Big|_1^2 =$



Рәс. 32

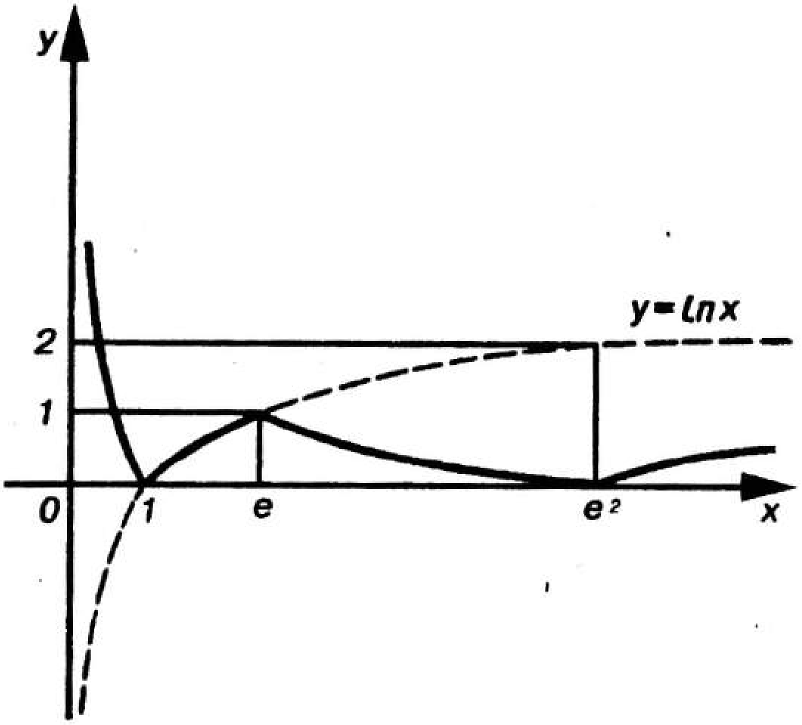


Рәс. 33

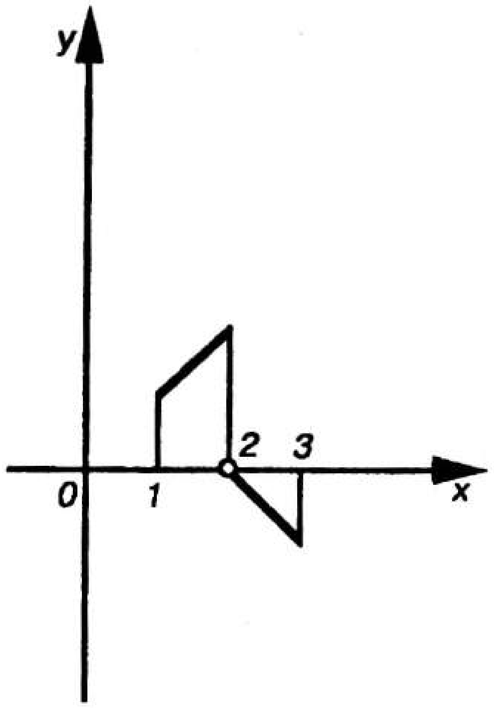
$= -2 + 4 - 0{,}5 + 0 = 1{,}5$. **2.** $12 + 2\pi$. Күрсәтмә (33 нче рәсем). Эзләгән интеграл яклары 3 һәм 4 булган АВСД турыпочмаклыгы һәм радиусы 2 булган ярымтүгәрәк мәйданнары суммасына тигез. **М—7.** 30,06 м. **М—8. 1.** $(3\pi + 2):(9\pi - 2)$. **2.** $\frac{8\pi - 9\sqrt{3}}{64}$.

М—9. 1. $\frac{bh}{6}(2a + c)$. **2.** $\frac{m}{4}$ Дж. Чишү. Цилиндрның биеклеге H булсын. Ул вакытта цилиндр тыгызлыгы $\rho = \frac{m}{V} = \frac{m}{\pi R^2 H}$ була. Радиуслары x һәм $x + \Delta x$ булып, цилиндрик өслекләр белән чикләнгән цилиндр өлешен карыйк. Цилиндрның бу өлешенең күләме якынча $2\pi x H\Delta x$, массасы $\frac{2mx\Delta x}{R^2}$, тизлеге $\frac{x}{R}$ һәм кинетик энергиясе $W_x \approx \frac{m_x V_x^2}{2} \approx \frac{mx^3\Delta x}{R^4}$ нә тигез. Шуна күрә

$W = \int\limits_0^R \frac{mx^3dx}{R^4} = \frac{mx^4}{4R^4}\Big|_0^R = \frac{m}{4}\left(\frac{R^4}{R^4} - 0\right) = \frac{m}{4}$. **М—10. 1.** Әйе. **2.** Күрсәтмә. Тигезлекнең ике кисәген дә квадратка күтәрегез. **3.** $(\sqrt{a} + \sqrt{b})(\sqrt[3]{a} + \sqrt[6]{ab} + \sqrt[3]{b})$. **4.** Икенчесе. Күрсәтмә. $\sqrt[3]{1992} - \sqrt[3]{1991} = \frac{1}{\sqrt[3]{1992^2} + \sqrt[3]{1991\cdot 1992} + \sqrt[3]{1991^2}} < \frac{1}{\sqrt[3]{1991^2} + \sqrt[3]{1991\cdot 1990} + \sqrt[3]{1990^2}} = \sqrt[3]{1991} - \sqrt[3]{1990}$. **М—11. 1.** 1. **2.** а) 1; 8; −27. Күрсәтмә.



Рәс. 34



Рәс. 35

Барлык буыннарны сул якка күчерегез һәм $\sqrt[3]{x}-1$ тапкырлаучысын җәя тышына чыгарыгыз; б) 0; $\frac{14}{13}$. Күрсәтмә. $x \neq 1$ булганда тигезсезлекнең ике ягын да $\sqrt[3]{(x-1)^2}$ на бүлсәк, $y = \sqrt[3]{\frac{x+1}{x-1}}$ аңлатмасына карата $y^2-2y-3=0$ квадрат тигезләмәсе килеп чыга. **3.** а) $b>0$ булганда $-\sqrt[4]{a}$, $a \neq b$; б) $a \leq -\sqrt{2}$ булганда $-2a$; $-\sqrt{2}<a<\sqrt{2}$ булганда $2\sqrt{2}$; $a \geq \sqrt{2}$ булганда $2a$. **М—12. 1.** 2; 11. Күрсәтмә. Чишү юлларының берсе: беренче тамырны u, икенчесен v дип билгеләп, $\begin{cases} u-v=1, \\ u^3-v^3=7 \end{cases}$ тигезләмәләр системасын чишү, бу системаның икенче тигезләмәсе бирелгән тигезләмәләрдән x тан котылу юлы белән табыла. **2.** (9; 1). Күрсәтмә. Система тигезләмәләрен кушып һәм алып, бирелгән система белән тамырдаш система табабыз:

$$\begin{cases} \left(\sqrt{x}+\sqrt{y}\right)^3=64, \\ \left(\sqrt{x}-\sqrt{y}\right)^3=8. \end{cases}$$

М—13. 1. 12. Күрсәтмә. Һәр вакланманың санаучысыннан (кубка күтәргәнче) $2^{\frac{1}{3}} \cdot 3^{\frac{1}{3}}$ тапкырчыгышын җәя тышына чыгарырга. **2.** $\frac{m^2}{n^2}$. **М—14.** $y=\lg(x+1)$ графигы белән

тәңгәл килә **2.** Икенчесе зуррак. Күрсәтмә. $\left(7-4\sqrt{3}\right)^{3,8}=$ $=\left(7+4\sqrt{3}\right)^{-3,8}$. **3.** $D(y)=(-\infty;\ \log_2 3]\cup[\log_2 5;\ \infty)$. $E(y)=[0;\ \infty)$.

М— 15. 1. а) $-1;\ 0$; б) 1,5. **2.** а) $(2;\ 3)\cup(7;\ \infty)$; б) $(-1;\ 0)\cup(1;\ \infty)$.

Күрсәтмә. Тигезсезлек $\left(x^2-1\right)\cdot\left(2^x-1\right)>0$ тигезсезлеге белән тигезкөчле, соңгысын интерваллар методы белән чишү җиңел. **М—16. 1.** а) $0;\ \pm 1$. Күрсәтмә. $y=2^x+2^{-x}$ булсын, ул вакытта $2y^2-9y+10=0$ тигезләмәсе төзелә; б) ± 2. Күрсәтмә. $\left(\sqrt{5+2\sqrt{6}}\right)^x$ аңлатмасын y дип билгеләсәк, $\left(\sqrt{5-2\sqrt{6}}\right)^x=$ $=\frac{1}{y}$ була; $y^2-10y+1=0$ квадрат тигезләмәсен чишеп, $y_1=$ $=5+2\sqrt{6}$ (моннан $x_1=2$), яки $y_2=5-\sqrt{6}$ (моннан $x_2=-2$, чөнки $5-2\sqrt{6}=\left(5+2\sqrt{6}\right)^{-1}$) табабыз. **2.** $\left(-\frac{\pi}{4}+2\pi k;\ \frac{5\pi}{4}+2\pi k\right)$, $k\in Z$.

М—17. 1. $a(3+b)$. **2.** $x+1$. **3.** Беренчесе. Күрсәтмә. $\log_2 3>$ $>\log_2 2\sqrt{2}=1{,}5$, ә $\log_3 5<\log_3 3\sqrt{3}=1{,}5$. **М—18. 1.** 34 нче рәсемне кара. **2.** 0. Күрсәтмә. $\lg\operatorname{tg}1^\circ+\lg\operatorname{tg}89^\circ=\lg\left(\operatorname{tg}1^\circ\cdot\operatorname{tg}89^\circ\right)=$ $=\lg\left(\operatorname{tg}1^\circ\cdot\operatorname{ctg}1^\circ\right)=\lg 1=0$, шуңа охшаш $\lg\operatorname{tg}2^\circ+\lg\operatorname{tg}88^\circ=0$ һ. б.

3. $(0;\ 10]\cup[1000;\ \infty)$. **М—19. 1.** а) 2; б) 3. Күрсәтмә. Бирелгән тигезләмә $x=3^{4-x}$ тигезләмәсе белән тигезкөчле, бу тигезләмәнең тамыры бердән артык булуы мөмкин түгел, чөнки сул ягы — үсүче функция, уң ягы — кимүче. Ә бер тамыры җиңел табыла: $x=3$. **2.** а) $(3;\ 4)$; б) $(0;\ 1]$. Күрсәтмә. Сул ягының билгеләнү өлкәсенең һәр ноктасында уңай булуын тикшерегез. **М—20. 1.** а) 1; б) $[0;\ 5;\ \infty)$. **2.** а) 0,5; б) $\left(\frac{1}{25};\ \frac{1}{5}\right]$. Күрсәтмә. $y=\log_x 5$ яки $z=\log_5 x$ дип алыштырыгыз. **М—21.** а) $(-1;\ 1)$; $(4;\ 32)$; б) $(3;\ -1)$; $(0;\ 2\log_2 3-2)$. Күрсәтмә. Икенче тигезләмәдән $x=0$ яки $x=1-2y$. **М—22. 1.** в) һәм г). **2.** Әйе (35 нче рәсем). **М—23. 1.** $x_{max}=0{,}5$; $x_{min}=1$. **2.** $x^2-4x+1>0$

булганда $y = x^2 - 4x + 1$ графигы белән тәңгәл килә. **3.** Беренчесе кечерәк. Күрсәтмә. Бу саннарның натураль логарифмнарын чагыштыру җитә, ягъни $\sqrt{3}\ln 2$ һәм $\sqrt{2}\ln 3$. $\frac{\ln 2}{\sqrt{2}}$ һәм $\frac{\ln 3}{\sqrt{3}}$ саннарын чагыштырыйк. Бу ике сан $f(x) = \frac{\ln x}{\sqrt{x}}$ функциясенең 2 һәм 3 нокталарындагы кыйммәтләре, f функциясе $(0; e^2]$ аралыгында үсә, чөнки $0 < x < e^2$ булганда $f'(x) = \frac{2-\ln x}{x\sqrt{x}} > 0$, шунлыктан $f(2) < f(3)$. **4.** $\frac{2^{x^2-x}}{\ln 2} + C$. **М—24. 1.** а) $\frac{2\log_3(x^3+\cos x)(3x^2-\sin x)}{(x^3+\cos x)\ln 3}$; б) $\frac{1}{2}\operatorname{ctg}\frac{x}{2}$. **2.** $\ln 10$. **3.** $(0; 1]$ һәм $[e; \infty)$ аралыкларында кими, $[1; e]$ аралыгында үсә. **М—25. 1.** $x^x(1 + \ln x)$. Чишү. $x^x = e^{x\lg x}$ һәм $(x^x)' = (e^{x\ln x})' = e^{x\ln x}(x\ln x)' = x^x(1 + \ln x)$. **2.** $\approx -0{,}005$. **3.** $[0; \sqrt{2} - 1]$ һәм $[1; \infty)$ аралыкларында үсә, $[\sqrt{2} - 1; 1]$ кисемтәсендә кими. **М—26. 1.** 15 сәг. **2.** $y = Ce^{\frac{x}{3}}$. Күрсәтмә. y^3 функциясе $(y^3)' = y^3$ дифференциаль тигезләмәсен канәгатьләндерә (чөнки катлаулы функция дифференциаллау кагыйдәсе буенча $(y^3)' = 3y^2y'$ шуңа күрә $y^3 = C_1e^x$, моннан $y = \sqrt[3]{C_1e^x} = Ce^{\frac{x}{3}}$, биредә $C = \sqrt[3]{C_1}$. **3.** $y = \sqrt{3}\cos\left(\frac{1}{2}t + \frac{11\pi}{6}\right)$.

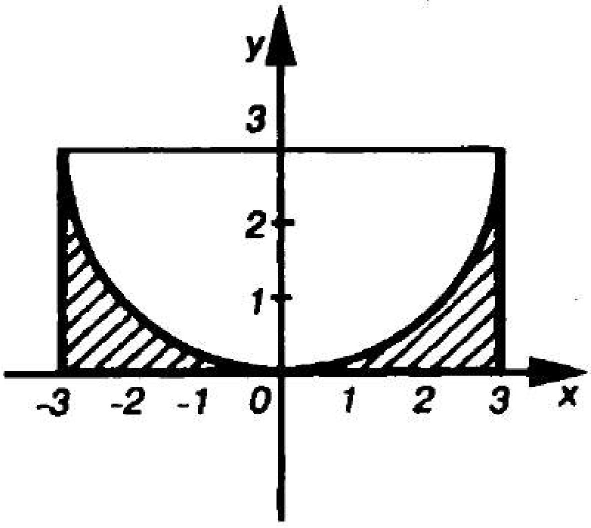
Вариант 10.

М—1. 1. 9 нчы вариантка күрсәтмәне кара: а) Әйе; б) юк. **М—2. 1.** $\sqrt{x^2+1} + 1$. **2.** а) $\frac{2x-\sin 2x}{4} + C$. Күрсәтмә. $\sin^2 x = \frac{1-\cos 2x}{2}$; б) $\sqrt{x^3+1} + C$. **М—3.** а) $-2\operatorname{ctg}(x+1) + \frac{3}{4}\sin(4x-3) + C$; б) $x\sin x + \cos x - \frac{1}{3}\sqrt{(1+2x)^3} + C$. Күрсәтмә. $(x\sin x)' = \sin x + x\cos x$. **М—4.** а) 4; б) $23\frac{1}{3}$. **М—5.** а) -3; б) $\frac{1}{15} - \frac{1}{53} = \frac{38}{795}$.

М—6. 1. 1. Күрсәтмә. $x^3 - 2x^2 - 9 = 0$ булганда $\frac{9}{x^2} = x - 2$; $x^3 - 2x^2 - 9 = \left(x^3 - 27\right) - 2\left(x^2 - 9\right) = (x - 3)\left(x^2 + x + 3\right)$ була, бу анлатма $x = 3$ булганда гына нульгә әйләнә, тагын $S = \int\limits_2^3 \frac{9}{x^2}\,dx - \int\limits_2^3 (x - 2)^2 dx = -\frac{9}{x}\Big|_2^3 - \frac{(x-2)^3}{2}\Big|_2^3 = 1$ (9 нчы вар. белән чагыштыр).

2. $18 - 4{,}5\pi$.

Күрсәтмә. Эзләнгән интеграл яклары 3 һәм 6 булган турыпочмаклык һәм радиусы 3 булган ярымтүгәрәк мәйданнары аермасына тигез.



Рәс. 36

М—7. $432\frac{11}{12}$ м. **М—8. 1.** $(3\pi + 2):(9\pi - 2)$. **2.** $\frac{4\pi - 8 - \sqrt{3}}{64}$. **М—9. 1.** $\frac{h}{6}\left((2A + a)B + (A + 2a)b\right)$. **2.** $\pi r^3 \rho g H$, монда ρ — суның тыгызлыгы, g — ирекле төшү тизләнеше. Чишү. Сфераның x һәм $x + \Delta x$ тирәнлегендә үткәрелгән яссылыклар арасында урнашкан өлешенең мәйданы $S_x = 2\pi r \Delta x$, бу өлешкә басым $p_x \approx x S_x \rho g \approx 2\pi r \rho g x \Delta x$. Шуңа күрә $p = \int\limits_0^r 2\pi r \rho g x\,dx = 2\pi r \rho g \int\limits_0^r x\,dx = 2\pi r \rho g \frac{x^2}{2}\Big|_0^r = \pi r^3 \rho g$. **М—10. 1.** Әйе. **2.** Күрсәтмә. Тигезлекнең ике ягын да квадратка күтәрегез. **3.** $\left(\sqrt{a} - \sqrt{b}\right)\left(\sqrt[3]{a} - \sqrt[6]{ab} + \sqrt[3]{b}\right)$. **4.** Икенчесе зуррак (9 нчы вар. күрсәтмәне кара). **М—11. 1.** $\sqrt{1081}$. **2.** а) -1; 8; б) 0; $\frac{7}{9}$ (9 нчы вар. күрсәтмәне кара). **3.** а) $\sqrt[4]{ab}$ ($a > 0$, $b > 0$, $a \neq b$ булганда); б) $1 \leq x \leq 2$ булганда, 2; $x > 2$ булганда $2\sqrt{x - 1}$; $x < 1$ булганда, билгеләнми. **М—12. 1.**

1 (9нчы вар. күрсәтмәне кара). **2.** (8; 1); (–8; 1); (8; –1); (–8; –1). Күрсәтмә. Системаның беренче тигезләмәсен икенчесенә бүлгәч, $\frac{x\sqrt[3]{x}}{y\sqrt[3]{y}} = 16$ табабыз, моннан $\frac{x}{y} = \pm 8$, ягъни $x = \pm 8y$.

М—13. 1. 20 (9 вар. күрсәтмәне кара). **2.** $\frac{b}{a}$. **М—14. 1.** $y = \log_2(2-2x)$ графигы белән тәңгәл килә. **2.** Икенчесе зуррак. Күрсәтмә. $\left(5-2\sqrt{6}\right)^{3,3} = \left(5+2\sqrt{6}\right)^{-3,3}$. **3.** $D(y) = (-\infty; \log_3 4] \cup [\log_3 5; \infty)$, $E(y) = [0; \infty)$. **М—15. 1.** а) –1; б) 1,5. **2.** а) $(-\infty; -5] \cup [2; 3)$; б) $(-3; 0) \cup (3; \infty)$. Күрсәтмә. Тигезсезлек $\left(x^2-9\right) \times \left(3^x-1\right) > 0$ тигезсезлеге белән тигезкөчле, иң уңайлысы — аны интерваллар методы белән чишү. **М—16. 1.** а) 0; ±1. Күрсәтмә. $y = 3^x + 3^{-x}$ булсын, ул вакытта $3y^2 - 16y + 20 = 0$, моннан $y = 2$ яки $y = \frac{10}{3}$; б) ± 2 (9нчы вар. күрсәтмәне кара). **2.** $\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\pi n}{2}; \frac{\pi}{2} + \frac{\pi n}{2}\right)$, $n \in Z$. Күрсәтмә. Бирелгән тигезсезлек $\operatorname{tg}x > \operatorname{ctg}x \Leftrightarrow \operatorname{ctg}2x < 0$ тигезсезлегенә тигезкөчле. **М—17. 1.** $\frac{3-3a}{1+b}$. **2.** $\log_2 x + 1$. **3.** Беренчесе зуррак. Чишү. $\log_3 5 > \frac{10}{7} > \sqrt{2}$. Чыннан да, $\frac{10}{7} > \sqrt{2}$, чөнки $\frac{100}{49} > 2$, ә $\log_3 5 > \frac{10}{7}$, чөнки $5 > 3^{\frac{10}{7}}$, $5^7 > 3^{10}\left(5^7 = 625 \cdot 125 > 625 \cdot 100 = 250^2 > 243^2 = 3^{10}\right)$ булганга күрә. **М—18. 1.** $0 < x \le e$ булганда, $y = 1 - \ln x$, $e < x \le e^2$ булганда, $y = \ln x - 1$, $e^2 < x \le e^3$ булганда $y = 3 - \ln x$, $x > e^3$ булганда $y = \ln x - 3$ була. **2.** 0. Күрсәтмә. Тапкырлаучылар арасында $\lg \operatorname{tg} 45° = \lg 1 = 0$ бар. **3.** $(0; 0{,}0001] \cup [0{,}1; \infty)$. **М—19. 1.** а) 3; б) $\frac{1}{25}$. **2.** а) $(2; \infty)$; б) $\varnothing$. Күрсәтмә. Тигезсезлекнең билгеләнү өлкәсе — $(9; 10]$, ә $9 < x \le 10$ булганда тигезсезлекнең

сул ягы уңай. **М—20. 1.** а) -1; б) $\left[\frac{1}{9};\ \infty\right)$. **2.** а) $\left(0;\ \frac{1}{8}\right)\cup(4;\ \infty)$; б) $\left(0;\ \sqrt[3]{\frac{1}{2}}\right]\cup[2;\ \infty)$. **М—21.** а) (1; 6); (2; 7); (3; 8); б) (−2; −8).

Күрсәтмә. Ике очракны карагыз:

$\begin{cases} x\ge 0, \\ y\ge 0 \end{cases}$ һәм $\begin{cases} x\le 0, \\ y\le 0. \end{cases}$ Икенче тигезләмәне беренчесенә бүлгәч, беренче очракта $\frac{\sqrt{y}}{\sqrt{x}}=-2$ табабыз, бу мөмкин түгел, ә икенче очракта $\frac{\sqrt{-y}}{\sqrt{-x}}=2$ тигезләмәсен табабыз һәм у ның кыйммәтен беренче тигезләмәгә куйгач: $\left(\sqrt{-x}\right)^4=4$ килеп чыга, моннан $x=-2$.

М—22. 1. в) һәм г). **2.** Әйе, мәсәлән, $-1\le x\le 0$ булганда, $y=-x-1$, $0<x\le 1$ булганда, $y=x+1$. **М—23. 1.** $x_{\max}=1$. **2.** $y=0{,}01|x+1|$ графигы белән тәңгәл килә, биредә $x\ne -1$. **3.** Икенчесе зуррак. Күрсәтмә. Бу саннарның натураль логарифмнарын чагыштырыйк һәм ике кисәген дә πe га бүлеп, $\frac{\ln\pi}{\pi}$ һәм $\frac{\ln e}{e}$ саннарын чагыштырып карау җигә. Бу саннар $f(x)=\frac{\ln x}{x}$ функциясенең π һәм e нокталарындагы кыйммәтләре; $f'(x)=\frac{1-\ln x}{x^2}$ һәм $f'(x)<0$, биредә $x>e$, димәк, $f\,[e;\ \infty)$ арасында кими, аерым алганда $f(e)>f(\pi)$. **4.** $\frac{4^{x^3+x}}{2\ln 2}+C$.

М—24. 1. а) $\frac{2(2x-\cos x)\log_2(x^2-\sin x)}{(x^2-\sin x)\ln 2}$; б) $-\frac{1}{2}\operatorname{tg}\frac{x}{2}$. **2.** $\ln 26-\ln 7$. **3.** (0; 0,1] һәм [1; ∞) аралыкларында үсә, [0,1; 1] кисемтәсендә кими. **М—25. 1.** $x^x(1+\ln x)$. Күрсәтмә. $\left(\sqrt{x}\right)^{2x}=\left(\left(\sqrt{x}\right)^2\right)^x=x^x$, аннан соң 9 вариант чишелешен кара. **2.** $\approx 0{,}00625$. **3.** $\left[0;\ \frac{2\sqrt{3}}{2+\sqrt{3}}\right]$ һәм [2; ∞) аралыкларында үсә, $\left[\frac{2\sqrt{3}}{2+\sqrt{3}};\ 2\right]$ кисемтәсендә кими.

М—26. 1. 7,5 сәгать. **2.** $y = Ce^{0,5x}$. Чишү. $y(x)$ — бу дифференциаль тигезләмәнең чишелеше булсын, ул вакытта $f(x) = y^2$ тигезләмәсе $f'(x) = f(x)$ дифференциаль тигезләмәсен канәгатьләндерә (чөнки катлаулы функцияне дифференциаллау кагыйдәсе буенча $f'(x) = 2y\,y'$), моннан $f(x) = C_1 e^x$. Аннан соң $C_1 \geq 0$ һәм $y = \sqrt{f(x)} = Ce^{0,5x}$, биредә $C = \sqrt{C_1}$. **3.** $y = 4\cos\left(\sqrt{3}\,t + \frac{2\pi}{3}\right)$.

КАБАТЛАУ ӨЧЕН МӨСТӘКЫЙЛЬ ЭШЛӘР

Вариант 1

КМ—1. 1. 194. **2.** 25% ка. **КМ—2. 1.** $\frac{300}{17}\% \approx 17{,}6\%$. **2.** $y = 2x-9$. **КМ—3. 1.** 0. **2.** –10. **КМ—4. 1.** $(-\infty;\ 0{,}5]\cup[1;\ \infty)$; $(0{,}5;\ 1)$. **2.** $(x-2)(x-5)$. **3.** $5x^2+26x+5=0$. **КМ—5. 1.** $2{,}5+0{,}9n$, $145{,}5$. **2.** 2,1. **3.** $2\frac{19}{55}$. **КМ—6. 1.** а) $-\frac{1}{2}\operatorname{ctg}\alpha$; $-\frac{1}{2}$; б) $-\operatorname{tg}\alpha$. **КМ—7. 1.** а) $\frac{\pi n}{4}, n\in Z$; б) $\frac{\pi}{4}+\pi n$ $\operatorname{arctg}2+\pi n$, $n\in Z$. **2.** а) $\left(-\frac{\pi}{6}+\pi n;\ \frac{2\pi}{3}+\pi n\right)$, $n\in Z$; б) $\left(\frac{\pi}{2}+\pi n;\ \frac{3\pi}{4}+\pi n\right)$, $n\in Z$. **КМ—8. 1.** а) $(0;\ 5]$; б) $[2\pi n;$ $\pi+2\pi n, n\in Z$. **2.** а) Так; б) жөп; в) жөп тә, так та түгел. **3.** 37 нче рәсем. **КМ—10. 1.** а) $9x^2+2\sqrt{2}x^{\sqrt{2}-1}$; б) xe^x+e^x; в) $\frac{7}{(x+2)^2}$. **2.** $204x\left(x^2-1\right)^{101}$. **КМ—11. 1.** а) $(-\infty;-3)\cup(2;\infty)$; б) $(2;3]$ һәм $x=-1$; в) $(-\infty;1)\cup(2;4)\cup(4;\infty)$. **2.** $y=9x-11$. **3.** 82м/с. **КМ—12. 1.** $(1;\infty)$. **2.** 38, 39 нчы рәсемнәрне кара. **КМ—13. 1.** $\min\limits_{[-3;1]} f = f(-3)=-11$; $\max\limits_{[-3;1]} = f(-1)=9$. **2.** $5\sqrt{3}$ см. Күрсәтмә. $V = \frac{1}{3}\pi R^2H=\frac{1}{3}\pi H\left(t^2-H^2\right)$. $H=\frac{l}{\sqrt{3}}$ булганда $V'(H)=0$. **КМ—14. 1.** а) $\frac{x^3}{3}-3\cos x+C$; б) $\operatorname{tg}x-\frac{1}{3}\sin(3x-1)+C$. **2.** а) –24; б) 0,5. **3.** 9. **КМ—15. 1.** 16. **2.** а) 2; б) 2. **3.** $(-1;7)$. **КМ—16. 1.** а) ±1; б) 3. **2.** $(-2;1)$. **3.** $(2;1)$; $(1;2)$. **КМ—17. 1.** $3e^{3x}+\ln2\cdot0{,}5^{2x-2}$. **2.** $0{,}5e^{2x}-\frac{3^x}{\ln3}+C$. **3.** $y=2\ln2x+2-8\ln2$. **КМ—18. 1.** а) $\frac{3}{3x-1}$; б) $\left(\sqrt{3}+1\right)x^{\sqrt{3}}+\sqrt{3}x^{\sqrt{3}-1}$. **2.** а) $\frac{1}{3}\ln|3x+1|+C$; б) $\frac{(2x+7)^{\sqrt{5}+1}}{2\left(\sqrt{5}+1\right)}+C$. **3.** Әйе.

Вариант 2

КМ—1. 1. 322. **2.** $66\frac{2}{3}\%$. **КМ—2. 1.** 6,25%. **2.** $y = 2{,}5 - 0{,}5x$.

КМ—3. 1. $\frac{a+b}{2a+b-1}$. **2.** 11. **КМ—4. 1.** $\varnothing$; R. **2.** $(x+3)(x+6)$.

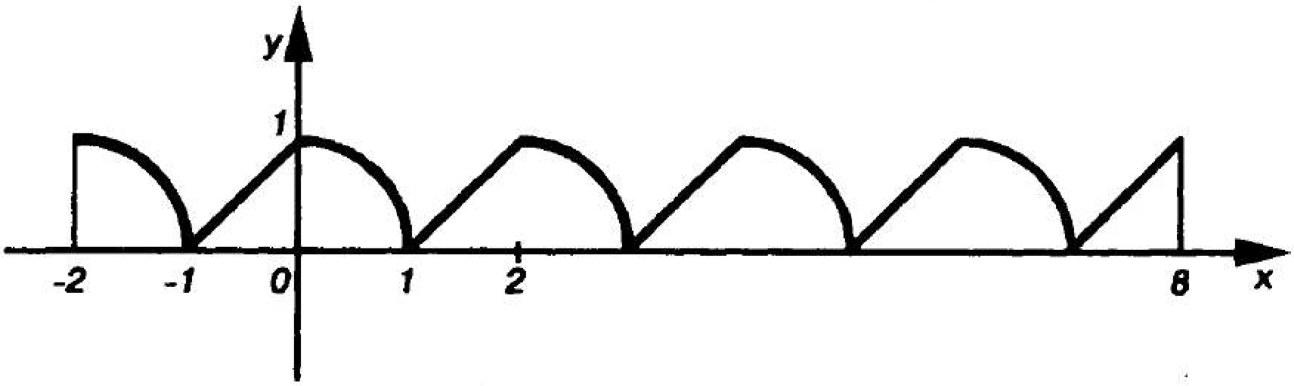


Рис. 37

x	(-∞;-2)	-2	(-2 ; 2)	2	(2;-∞)
f′(x)	+	0	−	0	+
f (x)	↗	18	↘	-14	↗
		max		min	

Рис. 38

3. $3x^2 + 10x + 3 = 0$. **КМ—5. 1.** $4{,}9 + 0{,}8n$; 266. **2.** $-2\frac{4}{7}$. **3.** $1\frac{5}{11}$.

КМ—6. 1. а) $\sin\alpha$; $\frac{\sqrt{2}}{2}$; б) $-\mathrm{ctg}\,\alpha$.

КМ—7. 1. а) πn; $\frac{\pi}{10} + \pi n$, $n \in Z$; б) $\frac{\pi}{4} + \pi n$; $\mathrm{arctg} + \pi n, n \in Z$.

2. а) $\left(-\frac{\pi}{6} + \pi n\right)$; $\frac{\pi}{6} + \pi n$, $n \in Z$; б) $\left(-\frac{5\pi}{6} + \pi n; -\frac{\pi}{6} + \pi n\right]$, $n \in Z$.

КМ—8. 1. а) $(0; 3]$; б) $\left[-\frac{\pi}{2} + 2\pi n;\right.$

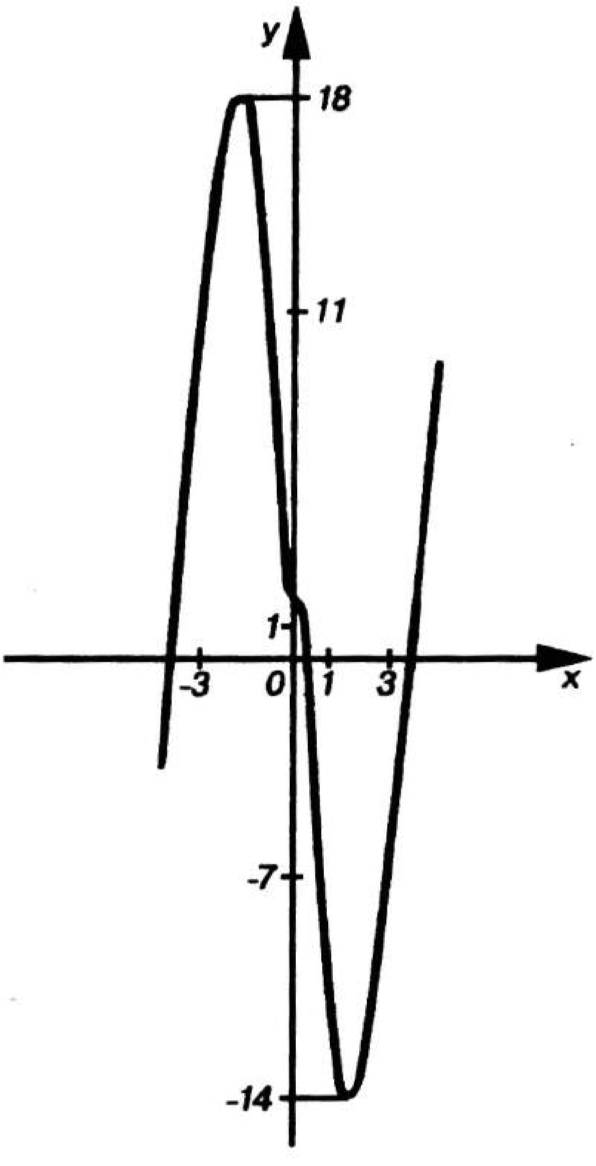
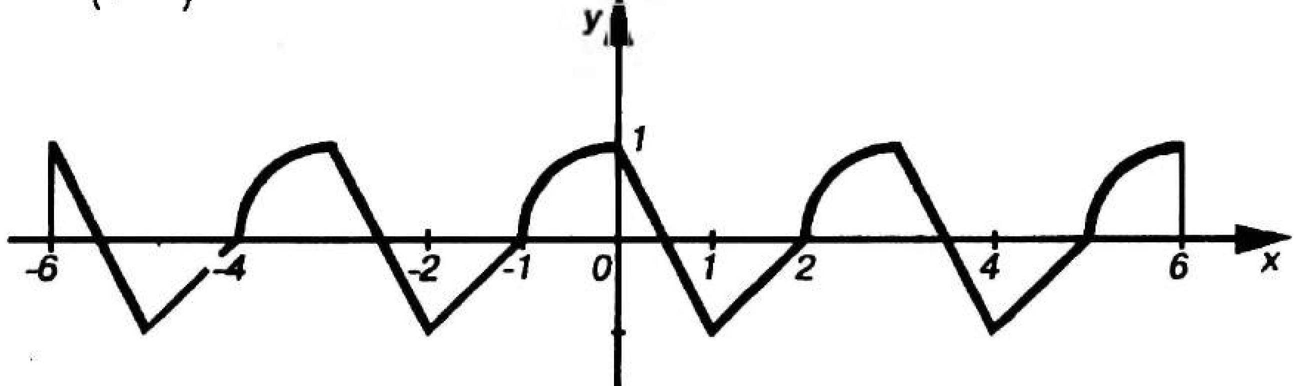


Рис. 39

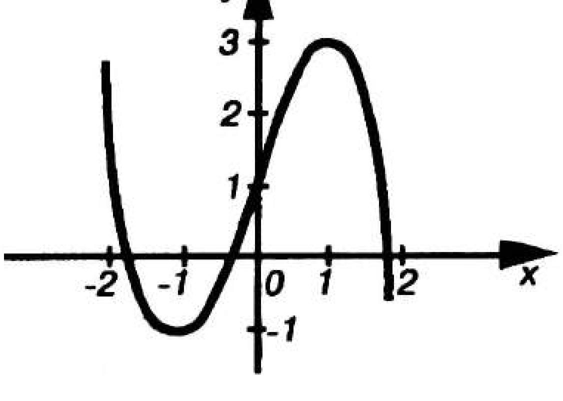
$\frac{\pi}{2}+2\pi n]$, $n\in Z$. **2.** а) Так; б) җөп; в) так та, җөп тә түгел. **3.** 40 нчы рәсемне кара. **КМ—10. 1.** а) $8x^3-3\sqrt{3}x^{\sqrt{3}-1}$; б) $1+\ln x$; в) $-\frac{7}{(x-2)^2}$. **2.** $204(x^2+x)(x^3+1{,}5x^2)^{67}$. **КМ—11. 1.** а) $(-5;3)$; б) $(-\infty;-4)\cup[-1;\infty)$; в) $(-2;-1]$. **2.** $y=26\frac{2}{3}x-55$. **3.** 130 м/с. **КМ—12. 1.** $(0;0{,}5)$. **2.** 41, 42 нче рәсемнәр. **КМ—13. 1.** $\min\limits_{[-2;3]} f = f(-2)=-21$; $\max\limits_{[-2;3]} f=f(3)=79$. **3.** $10\sqrt{\frac{2}{3}}$ см. **КМ—14. 1.** а) $\frac{x^4}{4}-2\sin x+C$; б) $-\mathrm{ctg}x+\frac{1}{3}\cdot\cos\left(3x-\frac{\pi}{4}\right)+C$. **2.** а) 51; б) $\frac{1}{3}$. **3.** $1+\frac{\sqrt{2}}{2}$. **КМ—15. 1.** 9. **2.** а) $\varnothing$; б) -1. **3.** $(0;2)\cup(8;\infty)$. **КМ—16. 1.** а) ±1; б) 8. **2.** $(-\infty;-1)\cup(2;\infty)$. **3.** $(4;2)$. **КМ—17. 1.** $-0{,}3e^{-0{,}3x}-2^{2-2x}\ln 2$. **2.** $\frac{2^x}{\ln 2}-2e^{-0{,}5x}+C$. **3.** $y=6\ln 3\cdot x+3-12\ln 3$. **КМ—18. 1.** а) $\frac{2}{2x+1}$; б) $2(\sqrt{2}+1)x^{\sqrt{2}}-\sqrt{2}x^{\sqrt{2}-1}$. **2.** а) $0{,}5\ln|2x-1|+C$; б) $\frac{(2x-3)^{\sqrt{6}+1}}{2(\sqrt{6}+1)}+C$. **3.** Әйе.



Рәс. 40

x	(-∞;-1)	-1	(-1; 1)	1	(1; ∞)
f′(x)	—	0	+	0	—
f(x)	↘	-1	↗	3	↘
		min		max	

Рәс. 41



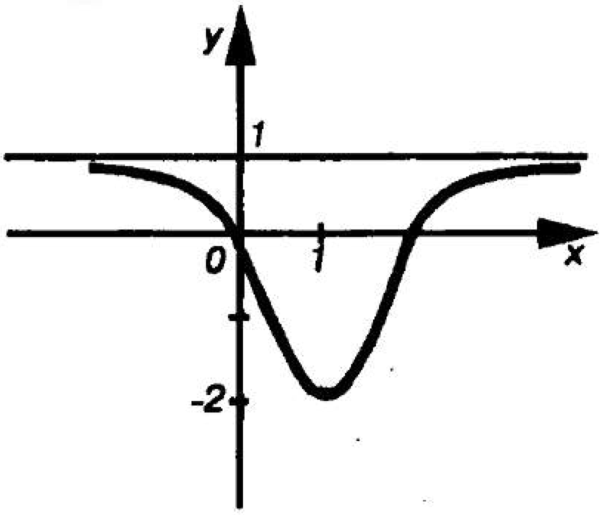
Рәс. 42

Вариант 3

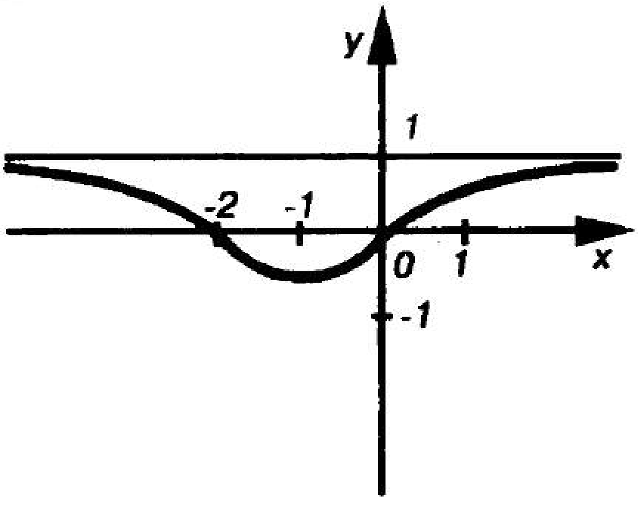
КМ—1. 1. а) 3; б) $\frac{14-5\sqrt{3}}{11}$. **2.** а) -2; б) -3; 3; в) 1. **КМ—2. 1.** $x_1=1$, $x_2=\frac{c}{a}$. **2.** $(-\infty; -3)\cup(1; \infty)$. **3.** 45, 20. **КМ—3.** Була алмый. **2.** Тигезләмәнең тамырлары юк. **КМ—4. 1.** -1; 1,2. **2.** $(-\infty; -10)\cup(10; \infty)$. **КМ—5. 1.** $\frac{3}{16}$. **2.** 610. **3.** $\pm\frac{\pi}{3}+2\pi k$, $k\in Z$. **КМ—6.1.** Иң зур кыйммәте 2 гә тигез. **2.** $2\cos\alpha$. **КМ—7.1.**а) $\frac{\pi}{2}+$ $+\pi k, \pm\frac{\pi}{3}+2\pi k$, $k\in Z$; б) күрсәтмә. $\left(\frac{\pi}{6}+2\pi n\right)^2, n\in Z_0$; $\left(\frac{\pi}{6}+2\pi n\right)^2$, $n\in Z_0$, в) $\frac{\pi}{4}+\frac{\pi}{2}n$, $n\in Z$. **2.** $\left[\frac{\pi}{24}+\pi n; \frac{17\pi}{24}+\pi n\right]$, $n\in Z$. **КМ—8. 1.** а) $[-2; 1)$; б) $\left[\frac{-7\pi}{6}+2\pi n; \frac{\pi}{6}+2\pi n\right]$, $n\in Z$. **КМ—9.** Күрсәтмә. б) $y=2\log_2 x$; в) $y=2\sin 2x$. **КМ—10. 1.** 6 см/с. **2.** 135°, $y=-x-3{,}5$. **КМ—11. 1.** x — теләсә нинди реаль сан. **2.** $f'(x)=\frac{1}{\sqrt{x}}+0{,}5x-2$; $f'(2)<0$. **3.** $(-\infty; 0)\cup(0; 3)$. **КМ—12. 1.** а) $(-\infty; -3]\cup[3; \infty)$; 0; б) $[3; \infty)$. **2.** $(-\infty; 1]$ аралыгында кими, $[1; \infty)$ аралыгында үсә. $x=1$ — минимум ноктасы, $f(1)=-2$, функциянең нульләре: $x_1=0$, $x_2=2$; функция өстән 1 саны белән чикләнгән (43 нче рәсем). $f(x)<1$, $x\in R$. **КМ—13. 1.** $\max\limits_{[-1;2]} f(x)=f(-1)=\frac{27^{\frac{1}{3}}}{\ln 3}$; $\min\limits_{[-1;2]} f(x)=f(1)=\frac{6}{\ln 3}$. **2.** Кушылучылар: 4, 8, 6. **КМ—14. 1.** $F(x)=2\operatorname{tg}x+\sqrt{2}\cos x-3$. **2.** а) $\ln 2-0{,}5\approx 0{,}2$; б) $1\frac{1}{3}$. **КМ—15. 1.** а) 18; б) 1. **2.** а) $\log_4 3$; б) 5. **КМ—16. 1.** а) $\left(\frac{1}{3}; 3\right)$; б) 4. **2.** $(1; 2)$. **КМ—17. 1.** $(-\infty; 1]$ аралыгында үсә, $[1; \infty)$ аралыгында кими; $x=1$ — максимум ноктасы. $y(1)=3e$. **2.** 1. **КМ—18. 1.** а) $\ln\sqrt{1{,}8}$; б) 1. **3.** $y=x+(\ln 4-3)$.

Вариант 4.

КМ—1. 1. а) 2; б) $\frac{19+6\sqrt{2}}{17}$. **2.** а) -3; б) -2; 2; в) 64. **КМ—2. 1.** $x_1=-1$, $x_2=-\frac{c}{a}$. **2.** $(-\infty;-2)\cup(1;\infty)$. **3.** 42. **КМ—3.** Әйе. Бу аңлатма кыйммәте $x=3$ булганда 5 кә тигез. **2.** Тигезләмәнең тамырлары юк. **КМ—4. 1.** $-3; -1; 1$. **2.** $(-\infty;-6)\cup\cup(6;\infty)$. **КМ—5. 1.** $\frac{2}{9}$. **2.** $\frac{1023}{1024}$. **3.** $(-1)^n\frac{\pi}{6}+\pi n$, $\frac{\pi}{2}+2\pi n$, $n\in Z$. **КМ—6. 1.** Аңлатманың иң кечкенә кыйммәте -2 гә тигез. **2.** $2\sin\alpha$. **КМ—7. 1.** а) πn, $(-1)^n\frac{\pi}{6}+\pi n$, $n\in Z$; б) күрсәтмә. $\left(\frac{\pi}{6}+2\pi n\right)^2$, $n\in Z_0$; $\left(-\frac{\pi}{6}+2\pi n\right)^2$, $n\in N$; в) $(-1)^n\frac{\pi}{12}+\frac{\pi}{2}n$, $n\in Z$. **2.** $\left[-\frac{11\pi}{24}+\pi k;\ \frac{5\pi}{24}+\pi k\right]$, $k\in Z$. **КМ—8. 1.** а) $[-2;\ 3)$; б) $\left[-\frac{\pi}{3}+\pi k;\ \frac{\pi}{3}+\pi k\right]$, $k\in Z$. **КМ—9. 1.** Күрсәтмә. б) $y=\log_2 x$; в) $y==3\sin 2x$. **КМ—10. 1.** 12 см/с. **2.** $\alpha=135°$, $y=-x+3{,}5$. **КМ—11. 1.** x — теләсә нинди реаль сан. **2.** $f'(x)=\frac{3}{2\sqrt{x}}-2(2-0{,}5x)^3$, $f'(2)<0$. **3.** $(-\infty;0)\cup(0;4)$. **КМ—12. 1.** а) $(-\infty;-4]\cup[4;\infty)$; 0; б) $(-\infty;3]$; в) $(-\infty;-1]$ аралыгында кими, $[-1;\infty)$ аралыгында үсә. $x=-1$ — минимум ноктасы. $f(-1)=-0{,}5$; график абсцисса күчәрен $x_1=0$; $x_2=-2$ ноктaларында кисә, график өстән чикләнгән (44 нче рәсем); $f(x)<1$, $x\in R$. **КМ—13. 1.** $\max\limits_{[-1;2]} f(x)=f(-1)=162\frac{1}{9}$, $\min\limits_{[-1;2]} f(x)=f(1)=27$.



Рәс. 43.



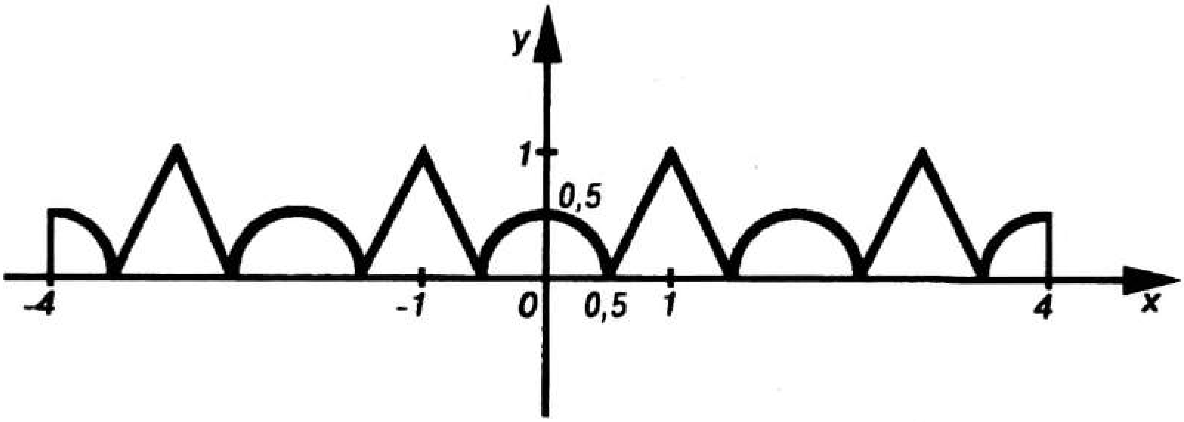
Рәс. 44

2. Кушылучылар: 12, 4, 8. **КМ—14. 1.** $F(x) = -3\text{ctg}x + \sqrt{2}\sin x + 2$. **2.** а) $\ln 4 - 1 \approx 0{,}39$; б) $10\frac{2}{3}$. **КМ—15. 1.** а) $5\frac{1}{3}$; б) 1. **2.** а) 1; б) 4. **КМ — 16. 1.** а) $\left(\frac{1}{9};\ 9\right)$; б) 3. **2.** $(2;\ 1)$. **КМ—17. 1.** $(-\infty;\ -1]$ аралыгында кими; $[-1;\ \infty)$ аралыгында үсә. $x = -1$ — минимум ноктасы, $y(-1) = -\frac{2}{e}$. **2.** 1. **КМ—18. 1.** а) $\frac{1}{3}\ln 1{,}6$; б) 1. **3.** $y = x + (\ln 4 - 1)$.

Вариант 5

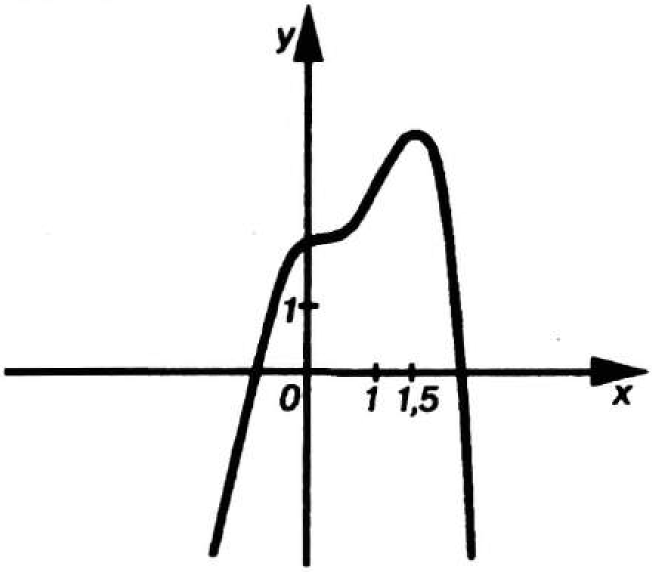
КМ—1. 1. 0. **2.** 2,25 һәм 3 м. **КМ—2. 1.** 25%. **2.** $y = 8 - 3x$. **КМ—3. 1.** $\frac{x^2\sqrt{y}}{x^4 - y}$. **2.** -3. **КМ—4. 1.** $\left[-\frac{1}{2};\ -\frac{1}{3}\right]$; $\left(-\infty;\ -\frac{1}{2}\right) \cup \left(-\frac{1}{3};\ \infty\right)$. **2.** $(2x + 5)^2$. **3.** $12x^2 + x - 1 = 0$. **КМ—5. 1.** $5\frac{3}{4}$; $\frac{9}{8}$. **2.** $-\frac{17}{63}$. **3.** $\frac{3}{14}$. **КМ—6. 1.** а) $\text{ctg}\alpha$; $\sqrt{2} + 1$; б) $\sin^2 x$. **КМ—7. 1.** а) $\frac{\pi n}{4}$; $\pm\frac{\pi}{6} + \pi n$, $n \in Z$; б) $\frac{\pi}{4} + \pi n$; $\text{arctg}3 + \pi n$, $n \in Z$. **2.** а) $\left(-\frac{5\pi}{6} + 2\pi n;\ -\frac{\pi}{6} + 2\pi n\right)$, $n \in Z$; б) $\left[\frac{7\pi}{36} + \frac{\pi n}{3};\ \frac{\pi}{4} + \frac{\pi n}{3}\right)$, $n \in Z$. **КМ—8. 1.** а) $(-\infty;\ -3]$; б) $\left(\frac{\pi}{4} + \pi n,\ \frac{\pi}{2} + \pi n\right)$, $n \in Z$; в) $\left(2\pi n;\ \frac{\pi}{4} + 2\pi n\right) \cup \left(\frac{\pi}{4} + 2\pi n;\ \frac{\pi}{2} + 2\pi n\right)$, $n \in Z$; **2.** а) Так; б) җөп; в) так та, җөп тә түгел. **3.** 45 нче рәсемне кара. **КМ—10. 1.** а) $16x^3 - 2\sqrt{5}\,x^{\sqrt{5}-1} - \frac{1}{x^2}$; б) $2^x(1 + (x-1)\ln 2)$; в) $\frac{x - \ln x - 1}{(x-1)^2}$. **2.** $3\sin 6x$. **3.** $y = \frac{3}{2}\sin 2t$. **КМ—11. 1.** а) $(-\infty;\ -2) \cup (-2;\ 1] \cup [3;\ \infty)$; б) $(3;\ 6) \cup (6;\ \infty)$; в) $(-\infty;\ 0) \cup (2;\ 3)$. **2.** $y = 3x - 2$, $y = 3x + 2$. **3.** $6(1 - 2\sin 2t)$Н. **КМ—12. 1.** $\left(-\infty;\ -\frac{1}{2}\right] \cup (0;\ 1]$. **2.** 46 нчы рәсемне кара. **КМ—13. 1.** $\max\limits_{[-1;\,3]} f = f(3) = 10$;

$\min\limits_{[-1;\,3]} f = f(2) = -4\frac{1}{3}$ **3.** $\sqrt[3]{\frac{V}{2\pi}}$. Курсәтмә. $s = 2\pi R^2 + 2\pi RH = 2\left(\pi R^2 + \frac{V}{R}\right)$, чөнки $H = \frac{V}{\pi R^2}$. Аннан соң $R^3 = \frac{V}{2\pi}$ булганда, $S'(R) = 0$. **КМ—14. 1.** $-\sqrt{5-2x} - \frac{1}{5}\cos 5x + x + C$.



Рәс. 45

x	(-∞; 0)	0	(0; 1,5)	1,5	(1,5;∞)
f'(x)	+	0	+	0	−
f(x)	↗	2	↗	$3\frac{11}{16}$	↘
				max	

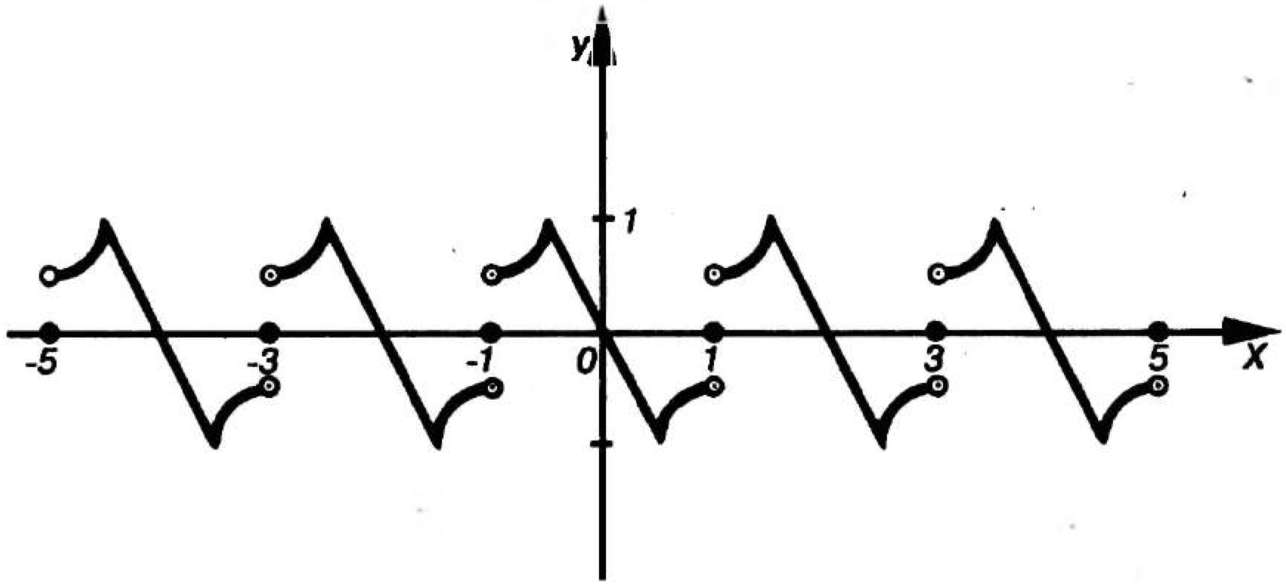


Рәс. 46

2. $\frac{x^4}{4} + x - \frac{3}{2}\,\text{tg}\,2x - 2$. **3.** а) $1-\sqrt{3}$; б) $\frac{5}{3}$. **4.** 36. **КМ—15. 1.** 0. **2.** а) 1,5; б) $\pm\sqrt{\frac{7}{3}}$. **3.** $(1;\,3]$. **КМ—16. 1.** а) 1; 16; б) 4. **2.** $[0{,}01;\,10]$. **3.** $(2;\,3);\,(3;\,2)$. **КМ—17. 1.** $2xe^{x^2-1} + 2^x\ln 2$. **2.** $\frac{2^x}{\ln 2} - e^{-x} - \frac{2}{\ln 2} + \frac{1}{e} + 2$. **3.** $x_{\min} = 1$, $x_{\max} = e$. **КМ—18. 1.** а) $\frac{3}{3x-1}\left(1 + \frac{1}{\ln 2}\right)$; б) $\left(\sqrt{3}-1\right)\cdot(x+1)^{\sqrt{3}-2}$. **2.** а) $12 - 5\ln 5$; б) $\frac{\sqrt{5}-\sqrt{2}}{\left(\sqrt{5}+1\right)\left(\sqrt{2}+1\right)}$. **3.** $y = e^{6-2x}$.

Вариант 6

КМ—1. 1. 0. **2.** 2,36 һәм 2 м. **КМ—2. 1.** $33\frac{1}{3}\%$. **2.** $y=3x-10$. **КМ—3. 1.** $\frac{b-c^4}{c^2\sqrt{b}}$. **2.** 4. **КМ—4. 1.** $(-0{,}25;\ 0{,}5)$; $(-\infty;\ 0{,}25]\cup[0{,}5;\ \infty)$. **2.** $(9x-1)(x-1)$. **3.** $20x^2+x-1=0$. **КМ—5. 1.** $12\frac{1}{3}$; $-1\frac{4}{9}$. **2.** $-\frac{95}{612}$. **3.** $\frac{31}{70}$. **КМ — 6. 1.** а) $\frac{1}{\sin^2\alpha}$; $4-2\sqrt{2}$; б) $\operatorname{ctg}^2 x$. **КМ—7. 1.** а) $\pm\frac{\pi}{6}+\pi n;\ \pi n,\ n\in Z$; б) $(-1)^{n+1}\frac{\pi}{6}+\pi n\ \ n\in Z$. **2.** а) $\left(-\frac{\pi}{3}+\pi n;\ \frac{\pi}{3}+\pi n\right),\ n\in Z$; б) $\left[\frac{7\pi}{12}+\pi n;\ \frac{3\pi}{4}+\pi n\right),\ n\in Z$. **КМ—8. 1.** а) $(-\infty;\ -3]\cup[1;\ 5)$; б) $\left[\frac{\pi}{6}+2\pi n,\ \frac{3\pi}{6}+2\pi n\right],\ n\in Z$; в) $\left(2\pi n;\ \frac{\pi}{4}+2\pi n\right)\cup\left(\frac{\pi}{4}+2\pi n;\ \frac{\pi}{2}+2\pi n\right),\ n\in Z$. **2.** а) Җөп тә түгел, так та түгел; б) җөп; в) так. **3.** 47 нче рәсемне кара. **КМ—10. 1.** а) $5\sqrt{3}x^{\sqrt{3}-1}-8x+\frac{68}{x^3}$; б) $0{,}5^x(1-(x+1)\ln 2)$; в) $\frac{x^2\ln x+\ln x+1-x^2}{(1-x^2)^2}$.



Рәс. 47

2. $-\frac{1}{3}\sin\frac{2x}{3}$. **3.** $y=-\frac{2}{3}\sin 3t$. **КМ—11. 1.** а) $(-2;\ -1]$ һәм $x=-3$; б) $[1;\ \infty)$; в) $(-\infty;\ 0)\cup(1;\ 2)$. **2.** $y=0{,}25x$. **3.** $(12t-2\cos t)$ Н. **КМ—12. 1.** $(-1;\ 0)\cup(0{,}5;\ \infty)$. **2.** 48 нче рәсемне кара.

КМ—13. 1. $\max\limits_{[-1;3]} f = f(3) = 193$; $\min\limits_{[-1;3]} f = f(2) = -60$. 3. $\sqrt[3]{\frac{V}{\pi}}$. Күрсәтмә. $S = \pi R^2 + 2\pi RH = \pi R^2 + \frac{2V}{R}$ (чөнки $H = \frac{V}{\pi R^2}$). Аннан соң $R^3 = \frac{V}{\pi}$ булганда, $S'(R) = 0$. КМ—14. 1. $\frac{1}{2}\text{tg}\,2x - \frac{1}{3}\cdot\sqrt{(2x-3)^3} + 2x + C$. 2. $\frac{2}{3}\sqrt{x^3} + \frac{1}{2\pi}\sin 2\pi x + 2\frac{1}{3}$. 3. а) $\frac{1}{2}\left(\frac{1}{\sqrt{3}} - 1\right)$; б) 1,2. 4. 4,5. КМ—15. 1. 1. 2. а) 4; б) 2; $2^9 = 512$. 3. $[-\sqrt{3}, \sqrt{3}]$. КМ—16. 1. а) 2; б) 5. 2. $\left(\frac{7}{3}; \infty\right)$. 3. $(-1; -1)$; $(-1; 2)$; $(2; -1)$. КМ—17. 1. $2xe^{x^2+1} + 2^x \ln 2$. 2. $e^x - \frac{3^{-x}}{\ln 3} + \frac{3}{\ln 3} - \frac{1}{e} + 3$. 3. $x_{max} = 0{,}1$, $x_{min} = 1$. КМ—18. 1. а) $\frac{3\ln 2 - 3}{(3x+1)\ln 2}$; б) $(\sqrt{2}+1)(x-1)^{\sqrt{2}}$. 2. а) $24 - 7\ln 7 \approx 10{,}3786$; б) $\frac{\pi - e}{(e+1)(\pi+1)}$ 3. $y = e^{\frac{4-x}{3}}$.

x	$(-\infty;0)$	0	$(0;1,5)$	1,5	$(1,5;\infty)$
$f'(x)$	−	0	−	0	+
$f(x)$	↘	0	↘	$-1\frac{11}{16}$	↗
		нет экстремума		min	

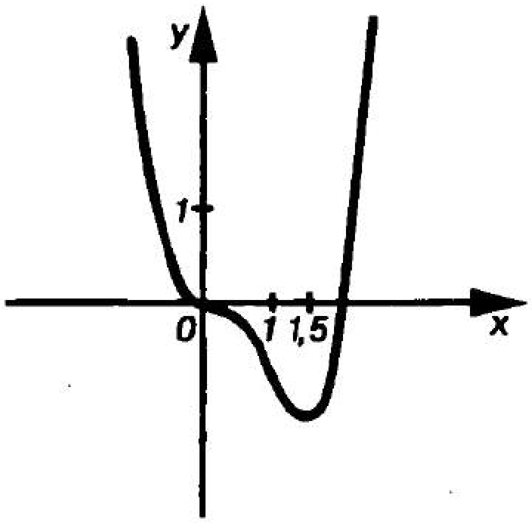


Рис. 48

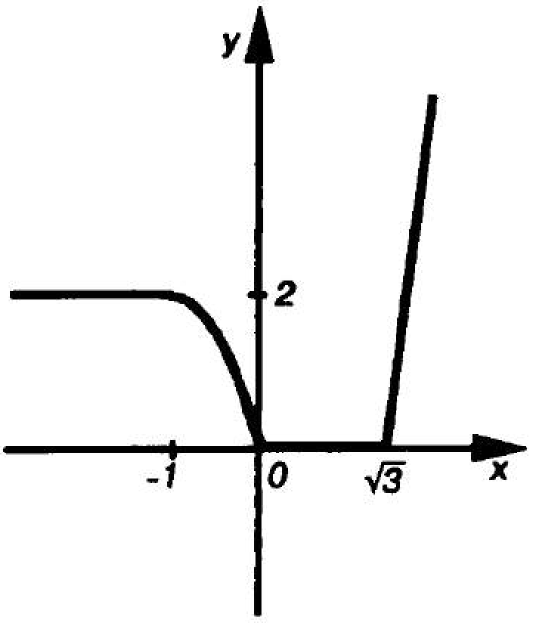


Рис. 49

Вариант 7

КМ—1. 1.2. 2. 18%. КМ—2. 1. 21,6 см; 19,44 см². 2. $\left(\frac{1}{5}; \frac{10}{3}\right]$. КМ—3. 1. $b\left(a^{\frac{1}{5}} + b\right)$. 2. −1,5. КМ—4. 1. $(-\infty; -5] \cup [-0{,}2; \infty)$; $[-5; -0{,}2]$. 2. $2\left(x - \frac{5-\sqrt{33}}{4}\right)\cdot\left(x - \frac{5+\sqrt{33}}{4}\right)$. 3. $x^2 - 2\sqrt{7x} + 6 = 0$.

КМ—5. 1. 13. **2.** 4 яки $\frac{4}{3}$. **3.** $\frac{7}{65}$. **КМ—6. 1.** а) $\operatorname{tg}\frac{\alpha}{2}$; б) $-\operatorname{tg}3\alpha$. **КМ—7. 1.** а) $\pm\frac{\pi}{3}+\pi n$; $\frac{\pi}{2}+\pi n$, $n\in Z$; б) πn; $\pm\frac{\pi}{9}+\frac{2\pi n}{3}$, $n\in Z$. **2.** а) $\left(-\frac{\pi}{3}+2\pi n;\ \frac{\pi}{3}+2\pi n\right)$, $n\in Z$; б) $\left[\frac{\pi n}{5};\ \frac{\pi}{15}+\frac{\pi n}{5}\right)$, $n\in Z$.

КМ—8. 1. а) $(-\infty;-1)\cup(-1;2]$; б) $\left[-\frac{\pi}{6}+2\pi n;\ \frac{\pi}{6}+2\pi n\right]$, $n\in Z$; в) $(0;\ 1)\cup(1;\ \pi)\cup(2\pi k;\ \pi+2\pi k)$, $k\in N$. **2.** а) Җөп тә, так та түгел; б) җөп; в) җөп. **3.** а) $\frac{2\pi}{3}$; б) π; в) π. **КМ—10. 1.** а) $\left(4\sqrt{2}x^3-2\sqrt{2}x^{\sqrt{2}-1}\right)\sqrt{x+1}+\frac{\sqrt{2}x^4-2x^{\sqrt{2}}}{2\sqrt{x+1}}$; б) $\frac{(x\ln x-1)e^x}{x\ln^2 x}$; в) $\cos x-\frac{1}{2}\sin\frac{x}{2}+\frac{1}{2}\frac{\operatorname{tg}\frac{x}{4}}{\cos^2\frac{x}{4}}$. **2.** $1842\left(x^2+x\right)\cdot\left(2x^3+3x^2\right)^{306}$. **3.** $y(t)=2\sqrt{2}\cos\left(\frac{t}{2}-\frac{\pi}{4}\right)$.

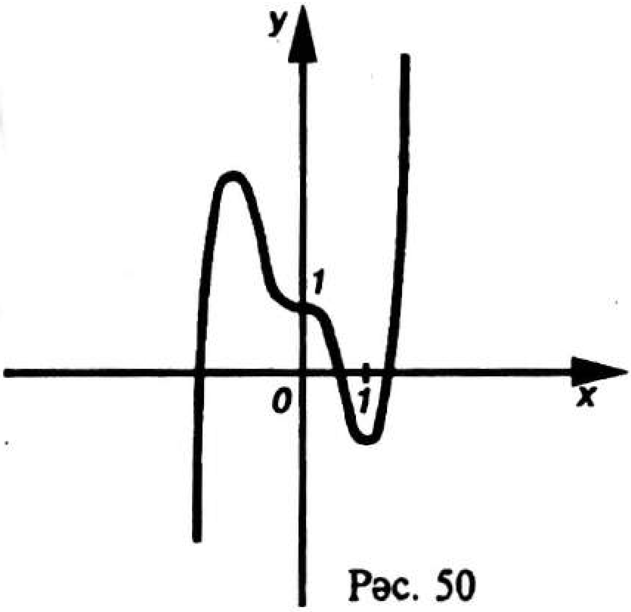
КМ—11. 1. а) $(0;\ 2]$ һәм $x=3$; б) $[2;\ \infty)$ һәм $x=1$; в) $(-3;-1)\cup\cup\left(-\frac{1}{3};3\right)$ **2.** $y=-10x-1$ һәм $y=-10x+\frac{785}{27}$. **3.** $\left(4-\frac{2}{t^3}+\frac{1}{t^2}\right)$Н.

КМ—12. 1. 49 нчы рәсемне кара. $[-1;\ 0]$ һәм $\left[\sqrt{3};\ \infty\right)$ аралыкларында график $y=x^3-3x$ графигы белән тәңгәл килә. **2.** 50 нче рәсемне кара. **КМ—13. 1.** Иң зур кыйммәте юк. $\min\limits_{[-2;\,1]} f=f(0)=5$. **3.** $\sqrt{6}$. К ү р с ә т м ә. r һәм h — конусның нигез радиусы һәм биеклеге булсын. Ул вакытта $r^2+h^2=3^2=9$. $V=\frac{1}{3}\pi h\left(9-h^2\right)$, $h=\sqrt{3}$ булганда, $V'(h)=0$, шунын белән бергә $r=\sqrt{9-h^2}=\sqrt{6}$. **КМ—14. 2.** $\frac{x^{\sqrt{2}+1}}{\sqrt{2}+1}-\frac{3x^4}{4}-\frac{1}{x+2}+C$. **3.** а) $\frac{2}{3}$; б) $36\frac{4}{7}$. **4.** $10\frac{2}{3}$. **КМ—15. 1.** 24. **2.** а) 1; 5,5; б) 3; 9. **3.** $(-\infty;\ -2]\cup\cup[3;\ \infty)$. **КМ—16. 1.** а) ±1; б) 4. **2.** $(-1;\ 1)\cup(3;\ 5)$; **3.** $(5;\ 3)$.

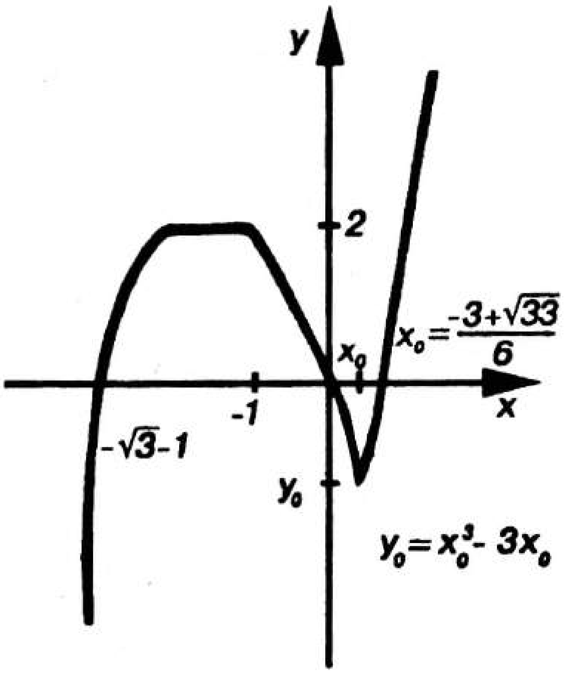
КМ—17. 1. $\sin x^{\cos x}\left(\frac{\cos^2 x}{\sin x}-\sin x\ln\sin x\right)$. **2.** $e^{x^2-x}+C$.

3. Ч и ш ү f функциясе $[0;\ \infty)$ аралыгында үсә, чөнки $x>0$

x	$(-\infty;-1)$	-1	$(-1;0)$	0	$(0;1)$	1	$(1;+\infty)$
$f'(x)$	+	0	−	0	−	0	+
$f(x)$	↗	3	↘	1	↘	−1	↗
		max				min	



Рәс. 50



Рәс. 51

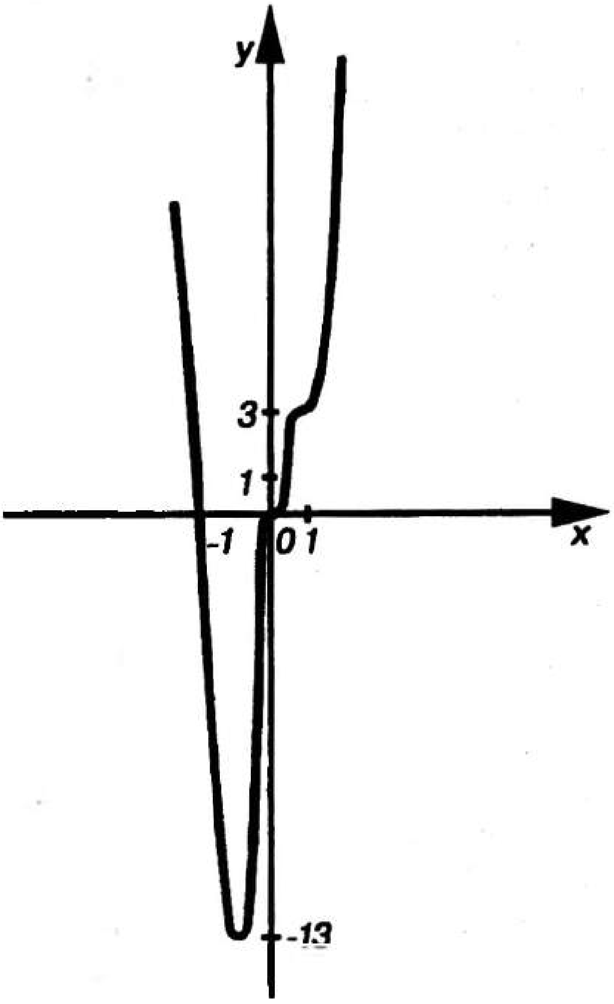
булганда, $f'(x)=e^x-1>0$, шуңа күрә $x>0$ булганда, $f(x)>$ $>f(0)$, моннан $x>0$ булганда $e^x>x+1$. **КМ—18. 1.** $\frac{x^{\sqrt{2}+2}}{\sqrt{2}+2}-\frac{x^{\sqrt{2}+1}}{\sqrt{2}+1}+\frac{1}{2}e^{2x}+\frac{1}{2}\ln x+C$. **2.** а) $x>0$ булганда $y=x$ графигы белән тәңгәл килә ($x\le 0$ булганда f функциясе билгеләнми); б) $x\ne 0$ булганда $y=x^{\log_{10}2}$ функциясе графигы белән тәңгәл килә. **3.** $y=Ce^{-\sqrt{2}x}$.

Вариант 8

КМ—1. 1. 8. **2.** 25%. **КМ—2. 1.** 14,4 см; 8,64 см². **2.** $\left[-3;\frac{1}{3}\right)$. **КМ—3. 1.** $b^{\frac{1}{3}}\left(b^{\frac{1}{3}}-2a\right)$. **2.** $\frac{4}{3}$. **КМ—4. 1.** $\left[-6;-\frac{1}{6}\right]$; $(-\infty;-6]\cup\left[-\frac{1}{6};\infty\right)$. **2.** $3\left(x-\frac{2+\sqrt{10}}{3}\right)\cdot\left(x-\frac{2-\sqrt{10}}{3}\right)$. **3.** $x^2-2\sqrt{6}x+2=0$. **КМ—5. 1.** 10 яки 15. **2.** — 13,5 яки — 6,75. **3.** $\frac{14}{65}$. **КМ—6. 1.** а) $0{,}5\sin 2\alpha$; б) -1. **КМ—7. 1.** а) $\frac{3\pi}{4}+\pi n$; $(-1)^n\frac{\pi}{12}+\frac{\pi n}{2}$; $n\in Z$; б) $\frac{\pi}{6}+\frac{\pi n}{2}$,

$n \in Z$. **2.** а) $\left(\frac{\pi}{6}+\pi n;\ \frac{5\pi}{6}+\pi n\right)$, $n \in Z$; б) $\left(-\frac{\pi}{12}+\pi n;\ \frac{\pi}{4}+\pi n\right)$, $n \in Z$ **КМ—8. 1.** а) $(-\infty;-8)\cup(-8;-1]\cup\left[\frac{1}{3};2\right)$; б) $\left[\frac{\pi}{4}+\pi n;\ \frac{3\pi}{4}+\pi n\right]$, $n \in Z$; в) $(0;1)\cup\left(1;\frac{\pi}{2}\right)\cup\left(-\frac{\pi}{2}+2\pi k;\ \frac{\pi}{2}+2\pi k\right)$, $k \in N$. **2.** а) Так; б) так; в) жөп. **3.** а) $\frac{2\pi}{5}$; б) 2π; в) π.

x	$(-\infty;-1)$	-1	$(-1;0)$	0	$(0;1)$	1	$(1;\infty)$
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$+$	0	$+$
$f(x)$	↘	-13	↗	0	↗	3	↗
		min					



Рәс. 52

КМ—10. 1. а) $5\sqrt{3}\left(x^4-x^{\sqrt{3}-1}\right)\times$ $\times\sqrt{x-1}+\frac{\left(\sqrt{3}x^5-5x^{\sqrt{3}}\right)}{2\sqrt{x-1}}$; б) $\frac{1-x\ln x}{xe^x}$; в) $3\cos 3x-\frac{1}{3}\sin\frac{x}{3}+\frac{2}{3}\frac{ctg\frac{x}{3}}{\sin^2\frac{x}{3}}$.

2. $714\left(x-x^2\right)\left(3x^2-2x^3\right)^{118}$

3. $y(t)=3\sqrt{2}\cos\left(\frac{t}{3}+\frac{\pi}{4}\right)$.

КМ—11. 1. а) $(-\infty;-3]\cup[-1;0)\cup$ $\cup(0;\infty)$ һәм $x=-2$; б) $(-1;0)$; в) $(-\infty;-3)\cup\left(\frac{1}{3};1\right)\cup(3;\infty)$. **2.** $y=-24x+9$. **3.** $\left(30t+\frac{5}{t^2}\right)$Н. **КМ—12. 1.** 51 нче рәсемне кара: $\left(-\infty;-\sqrt{3}-1\right]$ һәм $[x_0;\infty)$ аралыкларында график $y=(x+1)^3-3(x+1)$, ә $[-1;\ x_0]$ кисемтәсендә $y=x^3-3x$ графигы белән тәңгәл килә. **2.** 52 нче рәсемне кара. **КМ—13. 1.** $\max\limits_{(-1;1)} f=f(0)=-3$; иң кечкенә кыйммәте юк. **2.** $\frac{4}{\sqrt{3}}$. К у р с ә т м ә. r һәм h — цилиндрның нигез радиусы һәм

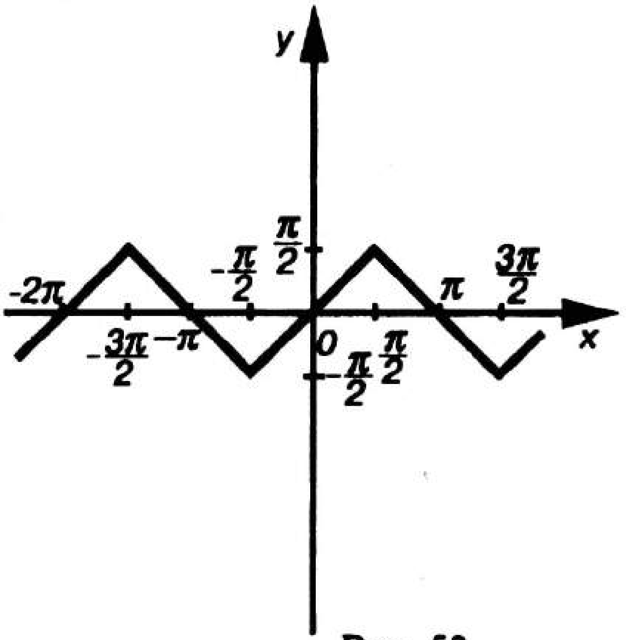
биеклеге булсын. Ул вакытта $V=\pi r^2h=\pi h\left(16-h^2\right)$, $h=\frac{4}{\sqrt{3}}$ булганда $V'(h)=0$. Аннан соң $V(0)=V(4)=0$, $V\left(\frac{4}{\sqrt{3}}\right)>0$.

КМ—14. 2. $\frac{x^{\sqrt{3}+1}}{\sqrt{3}+1}+\frac{1}{2}\cos(2x+1)+\frac{1}{2(2x+1)}+C$. **3.** а) $\frac{1}{8}-\frac{\pi}{32}$; б) $54\frac{6}{7}$. **4.** 9. **КМ—15. 1.** 3^{17}. **2.** а) 8; $\sqrt[3]{2}$; б) $\frac{1}{5}$; $5^5=3125$. **3.** $(-\infty;\ 3{,}5]\cup\cup[6{,}5;\ \infty)$. **КМ—16. 1.** а) 1; б) −1. **2.** (2; 3). **3.** (2; 1). **КМ—17. 1.** $\cos x^{\sin x}\left(\cos x\ln\cos x-\frac{\sin^2 x}{\cos x}\right)$. **2.** $e^{x^3+x}+C$. **3.** Күрсәтмә. $[0;\ \infty)$ аралыгында f' үсә), чөнки $x>0$ булганда $f'(x)=2^x\ln 2-\ln 2>0$), шуна күрә $x>0$ булганда $f(x)>f(0)=0$. **КМ—18. 1.** $\frac{x^{\sqrt{3}+2}}{\sqrt{3}+2}+\frac{x^{\sqrt{3}+1}}{\sqrt{3}+1}+2e^{0{,}5x}+2\ln x+C$. **2.** а) Үзенең билгеләнү өлкәсендә $f(x)=-1$. $D(f)=(0;\ 1)\cup(1;\ \infty)$; б) $0<x\le 1$ булганда $f(x)=\frac{2}{x}$, $x>1$ булганда $f(x)=2x$. **3.** $y=Ce^{\frac{x}{\sqrt{3}}}$.

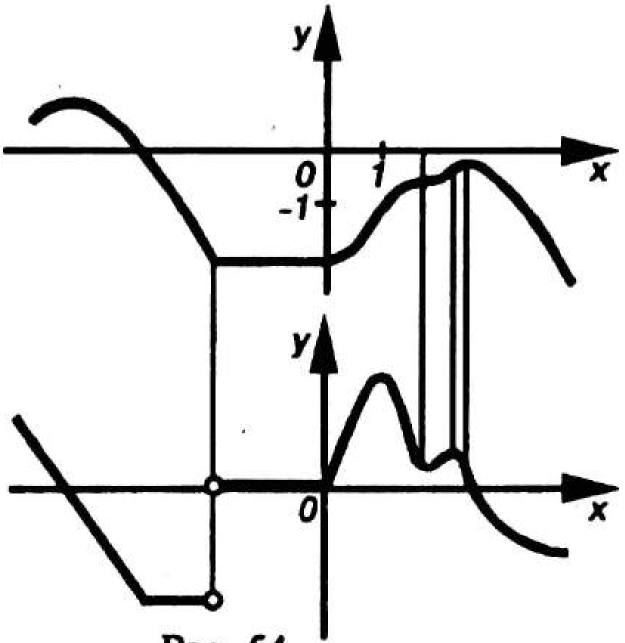
Вариант 9

КМ—1. 1. Күрсәтмә. Киресеннән чыгып уйлап, тигезсезлекнең ике ягын да кубка күтәрегез. **2.** 10%. **3.** $\frac{\sqrt{x+3}}{\sqrt{x-3}}$; 2. **КМ—2. 1.** 30 см, 30 см². **2.** $(-6;\ -2]\cup[-0{,}5;\ 6)$. **КМ—3. 1.** $\frac{16+c^3}{16-c^3}$ $(c>0)$. **2.** $\pm\frac{\sqrt{6}}{2}$. **КМ—4. 1.** $\left(\sqrt{3}x-1\right)\cdot\left(\sqrt{3}x+1\right)\left(x-\sqrt{3}\right)\left(x+\sqrt{3}\right)$. **2.** $|b|>1$. **3.** 7. Күрсәтмә. Тамырлары барлыгын тикшерегез (дискриминанты уңай) һәм Виет теоремасын кулланыгыз. **КМ—5. 1.** 37,5 яки 52,5. **2.** $\frac{10^{1992}-10-9\cdot1991}{81}$. **3.** $(p-1)\cdot2^p+1$. **КМ—6. 1.** б) $\frac{1}{128}$. **3.** Күрсәтмә. Тигезлекнең ике ягына да $\gamma=\pi-\alpha-\beta$ ны куегыз. **КМ—7. 1.** а) $\varnothing$; б) $\frac{10\pi n}{7}$ $(n\neq 7k)$, $\frac{5\pi}{9}+\frac{10\pi n}{9}$ $(n\neq 9k+4)$, $n,k\in Z$. **2.** а) $\left(-\frac{\pi}{4}+\pi n\right]\cup\left(\frac{\pi}{4}+\pi n;\ \frac{\pi}{2}+\pi n\right)$, $n\in Z$; б) $\left[-\frac{\arccos 0{,}25}{\pi}+2n;\ -\frac{1}{3}+2n\right]\cup\left[\frac{1}{3}+2n;\ \frac{\arccos 0{,}25}{\pi}+2n\right]$

həм $x = 1 + 2n,\ n \in Z$. **КМ—8. 1.** а) $\left[\arcsin\frac{1}{3} + 2\pi k;\ \frac{\pi}{6} + 2\pi k\right] \cup$ $\cup \left[\frac{5\pi}{6} + 2\pi k,\ \pi - \arcsin\frac{1}{3} + 2\pi k\right],\ k \in Z$; б) $(8;\ \infty)$; в) $(2\pi n;$ $\frac{\pi}{4} + 2\pi n) \cup \left(\frac{3\pi}{4} + 2\pi n;\ \pi + 2\pi n\right),\ n \in Z$. **2.** а) Җөп; б) җөп тә түгел, так та түгел; в) так. **3.** $(-\infty;\ -3] \cup [3;\ \infty)$. **КМ—9. 2.** а) $|x| > 1$ булганда $y = |x| - 1$ функциясе графигы белән тәңгәл килә (x ның калган кыйммәтләре өчен функция билгеләнми); г) 53 нче рәсемне кара. **КМ—10. 1.** а) 0; б) $\frac{5\left(\sqrt{3}x^{\sqrt{3}-1} - 2x^{-2}\right)}{\left(x^{\sqrt{3}} + 2x^{-1}\right)\ln 10}$; в) $\left(\frac{x}{2}\right)^x(\ln x +$ $+1 - \ln 2)$. **2.** 54 нче рәсемне кара. **КМ—11. 1.** а) $\frac{-3-\sqrt{5}}{2}$; $\frac{-3+\sqrt{5}}{2}$; б) $\left(-3; -\frac{81-9\sqrt{97}}{8}\right)$; в) $\left(-\frac{\pi}{2} + \pi k;\ -\frac{\pi}{3} + \pi k\right] \cup \left[-\frac{\pi}{4} + \pi k;\ \pi k\right) \cup \left(\frac{\pi}{4} + \pi k;\right.$ $\left.\frac{\pi}{3} + \pi k\right],\ k \in Z$. **2.** $y = 1$ һәм $y = 12x - 47$. **КМ—12. 1.** $\left(-\infty;\ -1 - \sqrt{3}\right]$ һәм $\left(0;\ -1 + \sqrt{3}\right]$ аралыкларында кими, $\left[-1 - \sqrt{3};\ 0\right]$ һәм $\left[-1 + \sqrt{3};\ \infty\right)$ аралыкларында үсә; $x_{min} = -1 \pm \sqrt{3}$; $x_{max} = 0$. **2.** $(-\infty;\ -1)$ һәм $(-1;\ 0]$ аралыкларында кими, $[0;\ 1)$ һәм $(1;\ \infty)$ аралыкларында үсә, $x_{min} = 0$, орынма тигезләмәсе $y = -\frac{8}{9}x - \frac{22}{9}$. **КМ—13. 1.** $-\frac{3}{4} \le f(x) \le 1{,}5$. **2.** 2. Күрсәтмә. Күләме V булган цилиндрның нигез радиусы һәм биеклеге r һәм h булсын. Ул вакытта $S = 2\pi r^2 + 2\pi rh = 2\pi r^2 + \frac{2V}{r}$. Аннан соң $4\pi r^3 = 2V$ булганда $S'(r) = 4\pi r - \frac{2V}{r^2}$, $S'(r) = 0$, ягъни $4\pi r^3 = 2\pi r^2 h$, моннан $2r = h$, ягъни $h : r = 2$. **КМ—14. 1.** $\frac{e^x \sin x - e^x \cos x}{2} + C$. Күрсәтмә. $-\left(e^x \cos x\right)' = -e^x \cos x + e^x \sin x$ һәм $\left(e^x \sin x\right)' = e^x \cos x + e^x \sin x$ тигезлекләрен кушыгыз һәм нәтиҗәне 2 гә бүлегез.



Рәс. 53



Рәс. 54

Икенче ысул: өлешләп интеграллау формуласын кулланырга мөмкин. **2.** а) 38,4; б) 0. **4.** $2\frac{2}{3}$. **КМ—15. 1.** $\log_b N$. **2.** а) $\sqrt[10]{10}$. Күрсәтмә. Нигезе 10 буенча логарифмнарга күчегез; б) 2. Күрсәтмә. $x = 2$ тамыры җиңел табыла; башка тамырлары юк, чөнки сул ягы — үсүче функция. **3.** (0,01; ∞). Күрсәтмә. $y = 3^{\lg x + 2}$ алыштыру. **КМ—16. 1.** а) 10; б) 1. Күрсәтмә. $\sqrt[3]{x+7} = \sqrt{x+3}$ тигезлеген алтынчы дәрәҗәгә күтәрегез, шуннан соң ($x = 1$ тамырын «сизеп») $x^3+8x^2+13x-22=0$ барлыкка килгән тигезләмәнең сул ягын тапкырлаучыларга таркатыгыз (мәсәлән, группалау юлы белән): $(x-1)\left(x^2+9x+22\right)=0$. **2.** [1;4]. **3.** (6; 10); (10; 6). Күрсәтмә. Үзгәрешлеләрнең $u = \sqrt[4]{x+y}$, $v = \sqrt[4]{xy+21}$ алыштыруын башкарыгыз. **КМ—17. 1.** $g' = 2\ln 2y$. **2.** $g(x)^{h(x)} \times \left(\frac{h(x)}{g(x)} g'(x) + h'(x)\ln g(x)\right)$. Чишү. $\left(e^{h(x)\ln g(x)}\right)' = e^{h(x)\ln g(x)} \times \left(h(x)\ln g(x)\right)'$ катлаулы функцияне дифференциаллау формуласы буенча. **3.** Күрсәтмә. $F'(x) = f(x)$ тигезлеген тикшерегез. **КМ—18. 1.** Күрсәтмә. $f(x) = x - \ln(1+x)$ функциясе [0 ; ∞) аралыгында үсә (чөнки $x > 0$ булганда

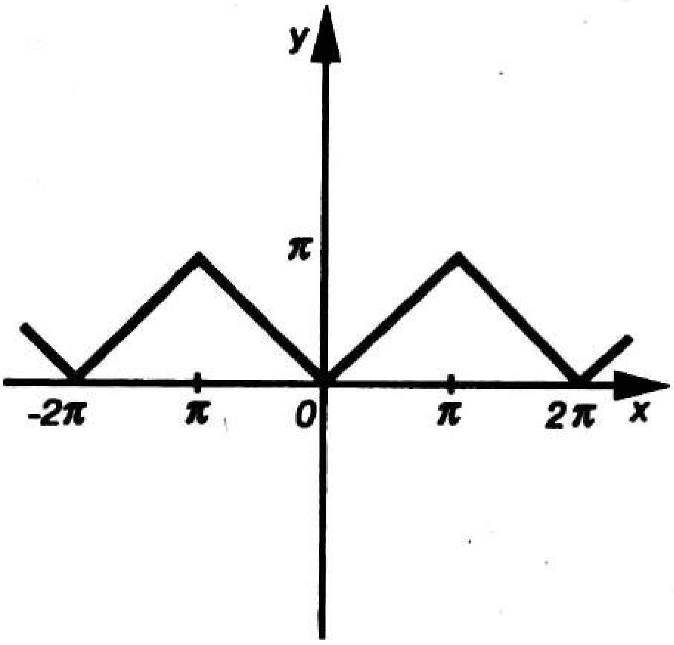
$f'(x) = 1 - \frac{1}{x+1} = \frac{x}{x+1} > 0\Big)$, аерым алганда, $x > 0$ булганда $f(x) >$ $> f(0) = 0$. **2.** $F(x) = \frac{1}{2}\ln^2 x + \ln 2 \ln x + \frac{x^{\pi+1}}{\pi+1} + C$. **3.** $x(t) = 22{,}5 \cdot 2^{\frac{t}{3}}$.

К ү р с ә т м ә. $x' = kx$ дифференциаль тигезләмәсе чишелешенең гомуми күренеше $x(t) = Ce^{kt}$ була. Кыйммәтләрнең гомуми чишелешенә $t = 3$ һәм $t = 6$ кыйммәтләрен куеп төзелгән тигезләмәләр системасыннан C һәм k кыйммәтләрен табасы кала.

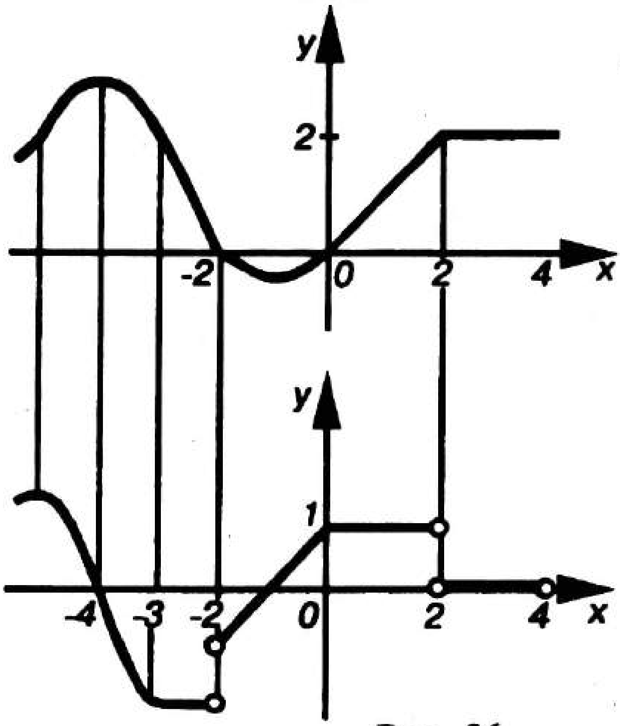
$$\begin{cases} Ce^{3k} = 45, \\ Ce^{6k} = 90 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} Ce^{3k} = 45, \\ e^{3k} = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2C = 45, \\ e^{k} = 2^{\frac{1}{3}} \end{cases} \text{ ягъни } \begin{cases} C = 22{,}5 \\ e^{kt} = 2^{\frac{t}{3}}. \end{cases}$$

Вариант 10.

КМ—1. Тигезлекнең ике кисәген дә квадратка күтәрегез. **2.** 20%. **3.** $-\frac{\sqrt{t+2}}{\sqrt{t-2}}$; $-1{,}5$. **КМ—2. 1.** 84 см; 210 см². **2.** $(-4;\ -3) \cup \left(-\frac{1}{3};\ 4\right)$. **КМ—3. 1.** $\frac{c^4+9}{c^4-9}$. **2.** $\varnothing$. **КМ—4. 1.** $(x^2+2)(2x^2+1)$. **2.** $|b| \geq 1{,}5$. **3.** 56. К ү р с ә т м ә. Тамырлары барлыгын тикшерегез (дискриминанты уңай) һәм Виет теоремасын кулланыгыз. **КМ—5. 1.** 4; 5 яки — $11\frac{2}{7}$; $11\frac{9}{14}$ (әгәр a_9 һәм a_4 — бөтен саннар дип уйласак, икенче чишелешне алмаска кирәк). **2.** $\frac{10^{1993}-10-9\cdot 1992}{27}$. **3.** $\frac{9}{4} - \frac{9+6n}{4\cdot 3^n}$. **КМ—6. 1.** а) $\frac{\sin 2\alpha}{2^{n+1}\cdot \sin\frac{\alpha}{2^n}}$; б) -1. **КМ—7. 1.** а) $\frac{\pi}{4} + 2\pi n$; $n \in Z$. Күрсәтмә. Сул якның модуле 2 дән зур түгел, ә уң якның модуле 2 дән ким түгел; б) $-\frac{\pi}{30} + \frac{\pi n}{5}$; $\frac{\pi}{3} + \frac{\pi n}{2}$, $n \in Z$. К ү р с ә т м ә. Тигезләмәне $\sin 7x + \sin\left(3x + \frac{\pi}{3}\right) = 0$ рәвешенә китерегез. **2.** а) $\left(-\frac{3\pi}{4} + 2\pi n;\ 2\pi n\right) \cup \left(\frac{\pi}{4} + 2\pi n;\ \frac{\pi}{2} + 2\pi n\right)$, $n \in Z$; б) $\left[-\frac{7\pi}{6} + 2\pi n;\ \frac{\pi}{6} + 2\pi n\right]$, $n \in Z$. **КМ—8. 1.** а) $\left[-\frac{\pi}{3} + 2\pi n;\ \frac{\pi}{3} + 2\pi n\right] \cup \left[\arccos\frac{1}{4} + 2\pi n;\ 2\pi - \arccos\frac{1}{4} + 2\pi n\right]$, $n \in Z$; б) $\left(\frac{1}{8};\ 1\right)$; в) $\left(2\pi n;\ \frac{\pi}{2} + 2\pi n\right)$, $n \in Z$. **2.** а) Так; б) так; в) җөп. **3.** $(-\infty;\ -2) \cup (2;\ \infty)$. **КМ—9.** а) $|x+1| > 1$ булганда $y = \frac{1}{|x+1|-1}$ графигы белән тәңгәл килә.



Рәс. 55



Рәс. 56

(x нының башка кыйммәтләре өчен функция билгеләнми); г) 55 нче рәсемне кара. **КМ—10. 1.** а) 0; б) $2^{(x-1)^{15}}\ln 2\,15(x-1)^{14}$; в) $\ln x^{\ln x}\left(\frac{\ln\ln x+1}{x}\right)$. Күрсәтмә. $\ln x^{\ln x} = e^{\ln x \ln\ln x}$. **2.** 56 нчы рәсемне кара. **КМ—11. 1.** а) $(-4;\ -3)\cup(-2{,}5;\ -2)$; б) $\left(\frac{81-9\sqrt{97}}{8};\ 3\right)$; в) $\left(-\frac{\pi}{3}+\pi n;\ -\frac{\pi}{4}+\pi n\right]\cup\left[\pi n;\ \frac{\pi}{4}+\pi n\right]\cup\left(\frac{\pi}{3}+\pi n,\ \frac{\pi}{2}+\pi n\right)$, $n \in Z$. **2.** $y=-4$ һәм $y=-8x-12$. Күрсәтмә. Графикның ирекле ноктасында орынма тигезләмәсен $\left(x_0;\ x_0^2-2x_0-3\right)$ языгыз $\left(y=2(x_0-1)\ x-x_0^2-3\right.$ тигезләмәсен төзеп) һәм x_0 нының нинди кыйммәтләре өчен орынма $M(-2;\ -4)$ ноктасы аша үтүен билгеләгез; $x_0=1$ яки $x_0=-3$. **КМ—12. 1.** $\left(0;\ \frac{1}{e}\right]$ һәм $\left[e\sqrt{e};\ \infty\right)$ аралыкларында кими. $\left[\frac{1}{e};\ e\sqrt{e}\right]$ кисемтәсендә үсә, $x_{min}=\frac{1}{e}$, $x_{max}=e\sqrt{e}$. **2.** $(-\infty;\ -1)$ һәм $(-1;\ 0]$ аралыкларында үсә, $[0;\ 1)$ һәм $(1;\infty)$ аралыкларында кими, $x_{max}=0$, орынма тигезләмәсе $y=-\frac{8}{3}x+\frac{25}{3}$. **КМ—13. 1.** $\frac{1-\sqrt{2}}{2}\le f(x)\le\frac{3+\sqrt{3}}{4}$. **2.** $\sqrt{2}$. Күрсәтмә.

Күләме V булган конусның нигез радиусы, биеклеге һәм төзүчесе r, h һәм l булсын. Ул вакытта $h=\frac{3V}{\pi r^2}$, $S=\pi rl=\pi r\sqrt{r^2+h^2}=$ $=\pi\sqrt{r^4+\frac{9V^2}{\pi^2r^2}}$. $f(x)=r^4+\frac{9V^2}{\pi^2r^2}$ функциясенең $(0;\ \infty)$ аралыгында иң кечкенә кыйммәтен табу житә. $f'(r)=4r^3-\frac{18V^2}{\pi^2r^3}$, $18V^2=4\pi^2r^6$ булганда $f'(r)=0$, ягъни $9V^2=\pi^2r^4h^2=2\pi^2r^6$, моннан $h^2=2r^2$ һәм $h:r=\sqrt{2}$. Өстәвенә $(0;\ r_0]$ аралыгында f кими, һәм $[r_0;\ \infty)$ аралыгында үсә. $r_0=\sqrt[6]{\frac{9V^2}{2\pi^2}}$, шунлыктан $r=r_0$ булганда $(0;\ \infty)$ аралыгында функция иң кечкенә кыйммәтен ала. **КМ—14. 1.** $\frac{e^x(\cos x+\sin x)}{2}+C$ (9 нчы вариантка күрсәтмәне кара). **2.** а) $-132\frac{4}{15}$; б) 0. Күрсәтмә. $\sin x\sin 2x=\frac{1}{2}(\cos x-$ $-\cos 3x)$. **4.** 11,25. **КМ—15. 1.** 0. **2.** а) $\pm 0{,}5$. Күрсәтмә. $|x|>1$ булганда сул як 0,5 тән артык түгел, ә уң як $\frac{1}{\sqrt{2}}$ ким түгел, $|x|\le 1$ булганда $2^{-|x|}=\frac{1}{\sqrt{2}}$ тигезләмәсен табабыз, аның тамырлары $\pm\frac{1}{2}$; б) 3 (9 нчы вариант күрсәтмәсен кара). **3.** $\left(2\pi n;\ \arcsin\frac{\sqrt{5}-1}{2}+\right.$ $\left.+2\pi n\right)\cup\left(\pi-\arcsin\frac{\sqrt{5}-1}{2}+2\pi n\right)$, $n\in Z$. **КМ—16. 1.** а) 10; б) $-\frac{1}{3}$; 1. **2.** $\left(\frac{\pi}{6}+\pi n;\ \frac{\pi}{4}+\pi n\right]$, $n\in Z$. **3.** (6; 3); (3; 1,5). **КМ—17. 1.** $y'=$ $=-2\ln 3\cdot y$. **2.** Күрсәтмә. $[0;\ \infty)$ аралыгында үсә (чөнки $x>0$ булганда $f'(x)=-e^{-x}+1>0$), аерым алганда $x>0$ булганда $f(x)>f(0)=0$. **3.** Күрсәтмә. $f'(x)=f(x)$ булуын тикшерегез. **КМ — 18. 1.** $\frac{g(x)h'(x)\ln g(x)-h(x)g'(x)\ln h(x)}{h(x)g(x)\ln^2 g(x)}$. **2.** $(0;e^{\frac{1}{e}}]$. Чишү. $f(x)=x^{\frac{1}{x}}=e^{\frac{\ln x}{x}}$ функциясен карыйк. x нын кыйммәте нульгә якынлашканда $f(x)$ кыйммәтләре чиксез нульгә якынлашалар (өстәвенә теләсә нинди x өчен $f(x)>0$). Аннары $f'(x)=e^{\frac{\ln x}{x}}\times$

$\times \frac{1-\ln x}{x^2}$, $x = e$ булганда $f'(x) = 0$. $0 < x < e$ булганда $f'(x) > 0$, шуңа күрә $(0;\ e]$ аралыгында f үсә, өстәвенә функциясенең өзлексез булуы аркасында аның кыйммәтләре $(0;\ f(e)]$ аралыгын йөгереп үтәләр, $x > e$ булганда $f'(x) < 0$, шуңа күрә $[e;\ \infty)]$ аралыгында f кими һәм аның барлык кыйммәтләре $(0;\ f(e)]$ аралыгында яталар, чөнки барлык x лар өчен функция уңай.
Искәрмә. $x \ge e$ булганда функциянең кыйммәтләре $(1;\ f(e)]$ аралыгында ятуын исбатларга мөмкин, ләкин бу мәсьәләне чишү өчен моның әһәмияте юк. **3.** $x(t) = 15 \cdot 4^{0,2t-1}$ (9 нчы вариантка күрсәтмәне кара).

Контроль эш үрнәкләре

К — 1. *Вар. 1.* **2.** а) $-4\cos x + C$; б) $f(x) = -4\cos x$. **3.** 4. **4.** а) 4,5; б) $\frac{2}{3}$. **5*.** 4,5. *Вар. 2.* **2.** а) $8\sin x + C$; б) $F(x) = 8\sin x$. **3.** 24. **4.** а) $5\frac{1}{3}$; б) $2\frac{2}{3}$. **5*.** 4,5. *Вар. 3.* **2.** а) $-\frac{2}{3}\cos 3x + C$; б) $-\frac{2}{3}\cos 3x - \frac{2}{3}$. **3.** 63. **4.** а) $10\frac{2}{3}$; б) $1\frac{1}{3}$. **5*.** $2\pi \approx 6{,}28$. *Вар. 4.* **2.** а) $1{,}5\sin 2x + C$; б) $1{,}5\sin 2x - 1{,}5$. **3.** 24. **4.** а) $4\sqrt{3}$; б) $1\frac{1}{3}$. **5*.** $2\pi \approx 6{,}28$.

К—2. *Вар. 1.* **1.** 2. **2.** $\frac{\sqrt{a}-\sqrt{b}}{\sqrt{ab}}$. **3.** а) $\frac{1}{2}$; б) 2. **4.** (9; 1). **5*.** $\frac{\pi}{6} + 2\pi n$; $n \in Z$. *Вар. 2.* **1.** 2. **2.** $\frac{\sqrt{a+b}}{\sqrt{a}}$. **3.** а) $-\frac{1}{3}$; б) 5. **4.** (25; 4). **5*.** $\frac{\pi}{3} + 2\pi n$, $n \in Z$. *Вар. 3.* **1.** 3. **2.** $a^{\frac{2}{3}} + a^{\frac{1}{3}}b^{\frac{1}{3}} + b^{\frac{2}{3}}$. **3.** а) $\pm 0{,}5$; б) 2. **4.** $(-9;\ -4)$, $(-4;\ -9)$. $(4; 9)$, $(9; 4)$. **5*.** $[-2;\ 2)$. *Вар. 4.* **1.** 2. **2.** $a^{\frac{2}{3}} - a^{\frac{1}{3}}b^{\frac{1}{3}} + b^{\frac{2}{3}}$. **3.** а) $\pm 0{,}5$; б) 0. **4.** (9; 4), (4; 9). **5*.** $(-\infty;\ 1)$.

К—3. *Вар. 1.* **1.** $\frac{1}{3}$ дән 27 гә кадәр үсә. **2.** а) 8; б) 4. **3.** $[-3;\ 3]$. **4*.** $-\frac{\pi}{2} + 2\pi n$, $n \in Z$. *Вар. 2.* **1.** 3 тән $\frac{1}{27}$ гә кадәр кими. **2.** а) 3,5; б) 3. **3.** $(-\infty;\ -2] \cup [2;\ \infty)$. **4*.** $\pi + 2\pi n$. *Вар. 3.* **1.** $\frac{1}{16}$ дән 16 га кадәр үсә. **2.** а) $-0{,}5$; б) 3. **3.** $(-\infty;\ 0] \cup [2;\ \infty)$. **4*.** $[1;\ \infty)$. *Вар. 4.* **1.** 16 дан $\frac{1}{16}$ гә кадәр кими. **2.** а) $-1{,}25$; б) 3. **3.** $[0;\ 4]$. **4*.** $[-1;\ \infty)$.

К—4. *Вар. 1.* **1.** –1 дән 3 кә кадәр үсә. **2.** а) 4;–1; б) 4. **3.** (–1;– 0,5). **4.** $\left(\frac{1}{2}; 8\right)$. **5*.** (0;2]. *Вар. 2.* **1.** 1 дән –3 кә кадәр кими. **2.** а) –5;1; б) 9. **3.** (1;5). **4.** $\left(\frac{1}{3}; 9\right)$. **5*.** [–2;0). *Вар. 3.* **1.** 2 дән –3 кә кадәр кими. **2.** а) –8;2; б) 4. **3.** $(0; 1)\cup(10; \infty)$. **4.** $\left(16; \frac{1}{4}\right)$. **5*.** $(2; 3]\cup(6;\infty)$. *Вар. 4.* –1 дән 2 гә кадәр үсә. **2.** а) –9; 1; б) 5. **3.** (0,1; 1). **4.** $\left(4; \frac{1}{2}\right)$. **5*.** (4; 7].

К—5. *Вар. 1.* **1.** а) $e^x(\cos x - \sin x)$; 1; б) $\frac{1}{6x}$; $-1\frac{1}{3}$. **2.** $e^2 - 3 \approx 4{,}4$. **3.** $\left(0; \frac{1}{e}\right]$ аралыгында кими, $\left[\frac{1}{e}; \infty\right)$ аралыгында үсә, $x = \frac{1}{e}$ — минимум ноктасы. $f\left(\frac{1}{e}\right) = -\frac{2}{e}$. **4*.** $(0; \infty)$. *Вар. 2.* **1.** а) $e^x(\sin x + \cos x)$; 1; б) $\frac{1}{6x}$; –1,5. **2.** $3 - \ln 4 \approx 1{,}61$. **3.** $(-\infty; -1]$ аралыгында кими, $[-1; \infty)$ аралыгында үсә. $x = -1$ — минимум ноктасы, $f(-1) = -\frac{1}{e}$. **4*.** $(-\infty; 2)$. *Вар. 3.* **1.** а) $2^x(\ln 2 \cos x - \sin x)$; $\ln 2$; б) $\frac{6}{x}$; 12. **2.** $e^2 - 3 \approx 4{,}4$. **3.** $(0; e]$ аралыгында үсә, $[e; \infty)$ аралыгында кими, $x = e$ — максимум ноктасы, $f(e) = \frac{2}{e}$.

4*. $\min\limits_{[-2;\,2]} f(x) = f(0) = \frac{2}{\ln 3}$. *Вар. 4.* **1.** а) $3^x(\ln 3 \sin x + \cos x)$; 1; б) $\frac{6}{x}$; 18. **2.** $4 - \ln 9 \approx 1{,}8$. **3.** $(-\infty; 1]$ аралыгында үсә, $[1; \infty)$ аралыгында кими. $x=1$ — максимум ноктасы. $f(1) = \frac{4}{e}$. **4*.** $\min\limits_{[-1;\,1]} f(x) = f(0) = \frac{2}{\ln 2}$.

К—6. *Вар. 1.* **1.** $-\frac{\pi}{8} + \frac{\pi}{2}n$, $n \in Z$. **2.** $10\frac{2}{3}$. **3.** (0; 3). **4.** $[-5; -3)\cup(3; \infty)$. **5.** $y = 2x + 1$. *Вар. 2.* **1.** $\frac{\pi}{8} + \frac{\pi}{2}n$, $n \in Z$. **2.** $5\frac{1}{3}$. **3.** (3; 1). **4.** $[-6; -2)\cup(2; \infty)$. **5.** $v = x + 2$. *Вар. 3.* **1.** $\pi n; -\frac{\pi}{4} + \pi n$, $n \in Z$. **2.** $\frac{1}{6}$. **3.** (5; 2). **4.** $\max\limits_{[-1;\,1]} f(x) = f(1) = e^2 - e \approx 4{,}7$. $\min\limits_{[-1;\,1]} f(x) = f(0) = e$. **5.** $-\frac{\pi}{6} + 2\pi n \le x \le \frac{7\pi}{6} + 2\pi n, n \in Z$. *Вар. 4.* **1.** $\frac{\pi}{2} + \pi n$; $\frac{\pi}{4} + \pi n$, $n \in Z$. **2.** $\frac{1}{6}$. **3.** (4; –2). **4.** $\min\limits_{[-2;\,0]} f(x) = f(-1) = 2e \approx 5{,}4$; $\max\limits_{[-2;\,0]} f(x) = f(0) = e^2 \approx 7{,}4$. **5.** $-\frac{2\pi}{3} + 2\pi n \le x \le \frac{2}{3}\pi + 2\pi n$, $n \in Z$.

Урта мәктәп өчен имтихан эшләренең үрнәк вариантлары

Вар. 1. **1.** $\frac{\pi}{2}+2\pi n,\ n\in Z$; $2{,}5\pi,\ 4{,}5\pi$. **2.** $-1{,}4$. **3.** $\left(-3;-\sqrt{7}\right]\cup\left[\sqrt{7};\ \infty\right)$. **4.** $6\frac{2}{3}$. **5.** $[0;\ 3)$. **6.** $\max\limits_{[-1;6]} y = y(6) = 10$. *Вар. 2.* **1.** πn; $\pm\frac{2\pi}{3}+2\pi n,\ n\in Z$. **2.** $y=-2x+1$. **3.** $\left(-\infty;-\sqrt{5}\right]\cup\left[\sqrt{5};\ 3\right)$. **4.** $2\frac{2}{3}$. **5.** $\min\limits_{[-3;3]} y=y(3)=0$. *Вар. 3.* **1.** $\frac{\pi}{2}+\pi n$, $\operatorname{arctg}\frac{2}{3}+\pi n,\ n\in Z$. **2.** Була ала. **3.** $(-0{,}25;\ -1{,}5)$. **4.** $[-3;-2]$; 3. **5.** $2\frac{1}{4}$. **6.** Кушылучылар: 6, 12, 10. *Вар. 4.* **1.** $-\frac{\pi}{2}+2\pi n$, $(-1)^n\frac{\pi}{6}+\pi n, n\in Z$. **2.** $0{,}5\sqrt{a}$; юк. **3.** $(0{,}5;2)$. **4.** $(-0{,}25;\ 0)\cup(0;0{,}25]$ **5.** 2. **6.** Турыпочмаклык яклары $2;2\frac{2}{3}$. *Вар. 5* **1.** $\pm\frac{5\pi}{12}+\pi n, n\in Z$. **2.** 1. $(-\infty;1]$ аралыгында үсә, $[1;\infty)$ аралыгында кими, $x=1$ — максимум ноктасы, $y(1)=0{,}5$, $x=0$, $x=1\frac{1}{3}$ нокталарында функция нульгә тигез. **4.** $(-0{,}5;\ 0)\cup(0;\ 1{,}5]$. **5.** 9. **6.** Турыпочмаклыкның яклары 6 м, 12 м. *Вар. 6.* **1.** 1. **2.** $[5;\infty)$; $3,-3$. **3.** $\sqrt{7}$ саны бирелгән тигезләмә тамыры була. **4.** 4,5. **5.** $[-3;3]$ кисемтәсендә функция үсә, $(-\infty;-3]$ һәм $[3;\infty)$ аралыкларында кими. $x=-3$, $y(-3)=-6$ ноктасында минимум, $x=3$, $y(3)=6$ ноктасында максимум. $y(3)=6$ графикның абсциссалар күчәре белән кисешү нокталары $x=0$, $x=\pm3\sqrt{3}$. **6.** Участок үлчәмнәре 240 м, 240 м. *Вар. 7.* **1.** $\pi n, \frac{\pi}{4}+\pi n,\ n\in Z$. **2.** $(26;-7)$; $(2;\ 1)$. **3.** $(1;\ 3)$. **4.** $[0;\ 9]$. **5.** 4,5. **6.** $\left(\frac{\sqrt{2}}{2};\frac{1}{2}\right), \left(-\frac{\sqrt{2}}{2};\frac{1}{2}\right)$ координаталы нокта. *Вар. 8.* **1.** $(-\infty;\ -2{,}5)\cup(0;\ 2{,}5]$. **2.** $-\frac{3}{\cos 2x}$; -6. **3.** $4\frac{2}{3}$. **4.** $[0{,}2;\ 1)$. **5.** 9. **6.** $(\pi;\ \pi+2)$ координаталы нокта. *Вар. 9.* **1.** $[-2;\ -1{,}5)\cup(-1{,}5;\ 2]$. **2.** $(-\infty;\ 3)$ аралыгында үсә. **3.** 13. **4.** 5,6. **5.** $\frac{\pi}{4};\frac{\pi}{2};\frac{3\pi}{4}$. **6.** 45 м. *Вар. 10.* **1.** $(-1)^{n+1}\frac{\pi}{3}+\pi n$, $n\in Z$. **2.** -5. **3.** $(1;\ 1{,}5)$. **4.** $5\frac{1}{3}$. **5.** $(-3;\ 2)\cup[4;\ \infty)$. **6.** Резервуар нигезенең ягы 2 м, биеклеге 1 м. *Вар. 11.* **1.** $\pi n, \frac{\pi}{2}+2\pi n,\ n\in Z$; $-\pi;\ 0;\ \frac{\pi}{2};\ \pi;\ 2\pi$. **2.** $(0{,}68;\ 0{,}7)$. **3.** $F(x)=-2\cos 2x-\frac{1}{x}+\frac{3}{\pi}$. **4.** 3.

5. –3; 3. **6.** $5\frac{1}{3}\pi$ дм³. *Вар. 12.* **1.** (2; 2,12). **2.** $\left(1\frac{1}{4}\pi+2\pi n;\ -\frac{3\pi}{4}-2\pi n\right)$, $n \in Z$. **3.** $10\frac{2}{3}$. **4.** 2. **5.** Координаталар (0; 0) булган ноктада. **6.** $62{,}5\pi$ дм³. *Вар. 13.* **1.** $-\frac{\pi}{4}+\pi n$; $-\operatorname{arctg} 0{,}5+\pi n$, $n \in Z$, $0{,}75\pi$ саны бу тигезләмә тамыры була ала. **2.** 5. **3.** 4,5. **4.** $\operatorname{tg}\alpha = -1$, $y = -x + 4$. **5.** $y = \ln x$. **6.** $\max\limits_{(0,5;\ \sqrt{3})} V(x) = V(1) = 1$ дм³. *Вар. 14.* **1.** (1,5; 4). **2.** 4,5. **3.** $(-1)^{n+1} \cdot \frac{\pi}{6}+\pi n$, $n \in Z$. $7\frac{1}{6}\pi$ саны бу тигезләмә тамыры була ала. **4.** $\operatorname{tg}\alpha = 4$, $y = 4x - 2$. **5.** $(3;\ \infty)$. **6.** $\min\limits_{(1;\ 4)} S(x) = S(2) = 24$ дм². *Вар. 15.* **1.** $(0{,}4;\ \infty)$. **2.** $3\operatorname{tg} 2\alpha$; $-\sqrt{3}$. **3.** $-\sqrt[4]{8}$. **4.** $[-2;\ 2]$ кисемтәсендә үсә, $(-\infty;\ -2]$ һәм $[2;\ \infty)$ аралыкларында кими. **5.** (4; 4,5). **6.** 288 см³. *Вар. 16.* **1.** 2; мәсәлән, $\alpha = \frac{\pi}{2}$, $\alpha = 2{,}5\pi$. **2.** $\left(\log_3 2, \infty\right)$. **3.** $\frac{25}{9}$. **4.** $\frac{2}{3}$. **5.** $\left(0;\ \frac{1}{e}\right]$ аралыгында кими, $\left[\frac{1}{e},\ \infty\right)$ аралыгында үсә. $x = \frac{1}{e}$ — минимум ноктасы. $y\left(\frac{1}{e}\right) = -\frac{2}{e}$. **6.** 4 см, $21\frac{1}{3}$ см³. *Вар. 17.* **1.** $\frac{1}{\cos 2\alpha}$; $\sqrt{2}$. **2.** 3. **3.** $(-\infty;\ 1]$ аралыгында үсә, $[1;\ \infty)$ аралыгында кими. $x = 1$ — максимум ноктасы. $f(1) = \frac{4}{e}$. **4.** $10\frac{2}{3}$. **5.** (14; 9). **6.** 144 дм³. *Вар. 18.* **1.** $\frac{\pi}{2}+\pi n$, $\frac{\pi}{3}+\pi n$, $n \in Z$; $\frac{\pi}{3}, -\frac{2\pi}{3}$. **2.** –2; 2. **3.** 2,25. **4.** (2; 1). **5.** (3; 5). **6.** Призма нигезенең ягы 6 м, биеклеге 4 м. *Вар. 19.* **1.** 1,5; **2.** $2\cos\alpha$; $\pm\frac{2\pi}{3}+2\pi n$, $n \in Z$. **3.** e, $\frac{1}{\sqrt{e}}$. **4.** $(-\infty;\ 0]$ һәм $[2;\ \infty)$ аралыкларында кими, $[0; 2]$ аралыгында үсә; $x = 0$ — минимум ноктасы; $x = 2$ — максимум ноктасы. $f(0) = 0$; $f(2) = 1\frac{1}{3}$. **5.** $y = x - 0{,}5$. **6.** 4; $32\sqrt{3}$. *Вар. 20.* **1.** $(-\infty;\ 0) \cup (6;\ 8)$. Дүрт туры берләшмәсе: $y = 2$, $y = -2$, $x = 2{,}5$; $x = -2{,}5$. **3.** $\left[\frac{\pi}{12}+\pi n,\ \frac{3\pi}{4}+\pi n\right]$, $n \in Z$. **4.** Әгәр $x > 0$ булса, $x^2 + 3\ln x + C_1$, әгәр $x < 0$ булса, $x^2 + 3\ln(-x) + C_2$. **5.** 2. **6.** 2 см.

ЭЧТӘЛЕК

Кереш сүз 3
Мөстәкыйль эшләр 6
Кабатлау өчен мөстәкыйль эшләр 87
Контроль эш үрнәкләре 152
Алгебра һәм анализ башлангычлары буенча урта мәктәп курсы өчен имтихан эшләренең үрнәк вариантлары 162
Программалашкан контроль үткәрү өчен материал 172
Алгебра һәм анализ башлангычлары буенча зачетлар үткәрү өчен карточка-биремнәр 175
Җаваплар һәм күрсәтмәләр 184

Учебное издание

Ивлев Борис Михайлович
Саакян Самвел Манасович
Шварцбурд Семен Исаакович

ДИДАКТИЧЕСКИЕ МАТЕРИАЛЫ ПО АЛГЕБРЕ И НАЧАЛАМ АНАЛИЗА ДЛЯ 11 КЛАССА ТАТАРСКОЙ СРЕДНЕЙ ОБЩЕОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ШКОЛЫ

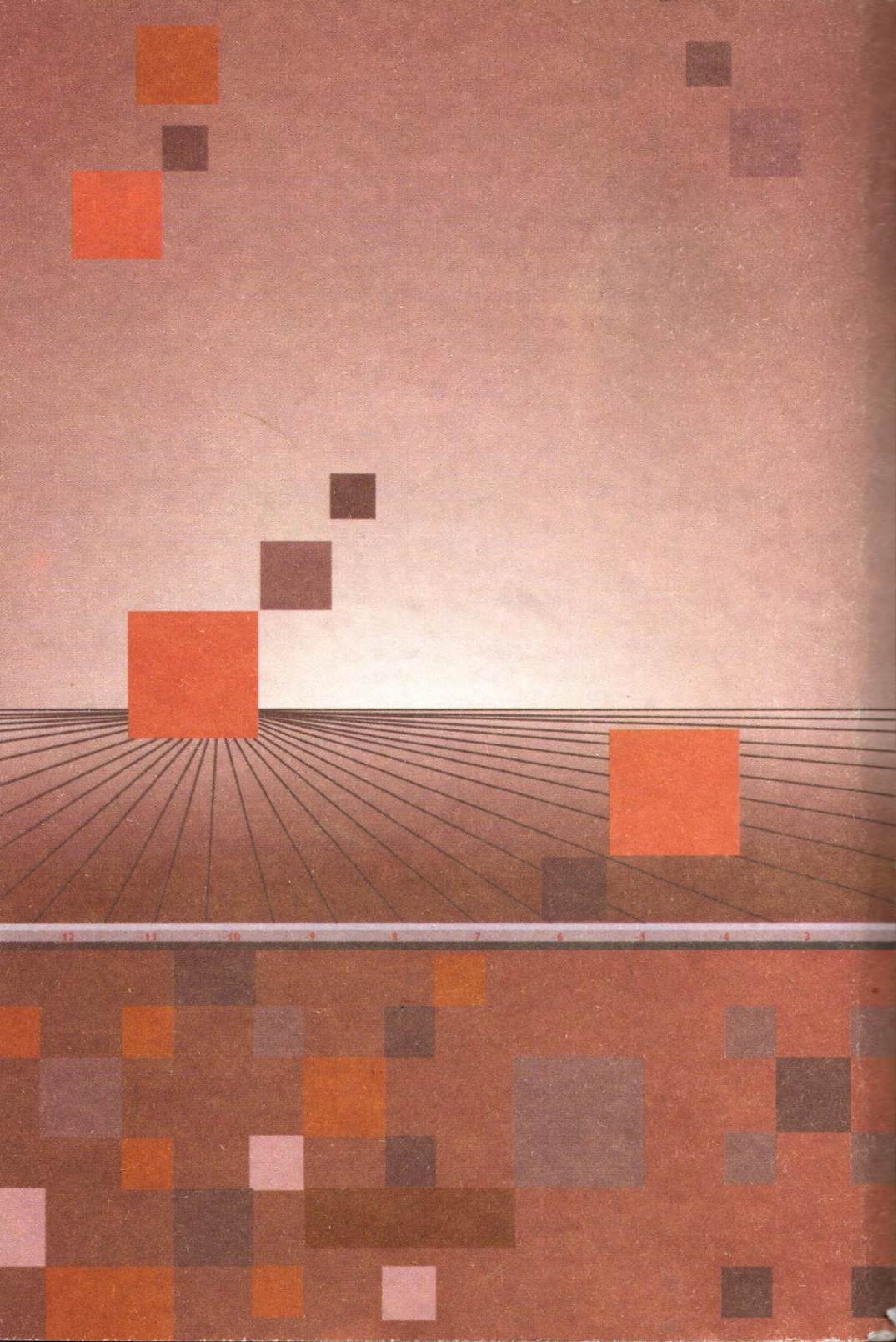
(*перевод с русского на татарский язык*)

Редакторлары *Ф. М. Хафизова, Л. Р. Газимова*
Бизәлеш редакторы *Р. А. Сәйфуллина*
Техник редакторы *Л. И. Фокейчева*
Корректоры *Р. Ә. Фәйзуллина*

Нәшриятка 183 нче номерлы лицензия 1997 елның 7 апрелендә бирелгән.
Оригинал-макеттан басарга кул куелды 15.11.2002.
Форматы $60\times90^1/_{16}$. Офсет кәгазе. «Таймс» гарнитурасы.
Офсет басма. Басма табагы 14,0. Нәшер-хисап табагы 12,96.
Тиражы 5100 д. Заказ 3-76.

«Мәгариф» нәшрияты. 420111. Казан, Бауман урамы, 19.
Издательство «Магариф». 420111. Казань, ул. Баумана, 19.
Тел./факс (8432) 92-57-48.
Http://magarif.kazan.ru/
E-mail: magarif@mail.ru

ДУП «Полиграфия-нәшрият комбинаты».
420111. Казан, Бауман урамы, 19.


-12 -11 -10 -9 -8 -7 -6 -5 -4 -3